

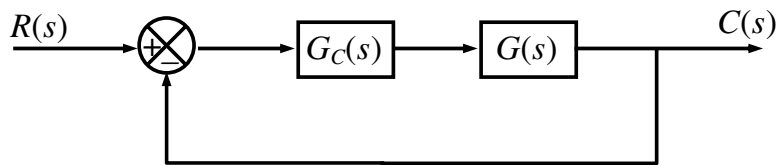
Chương 6

THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN LIÊN TỤC

6.1. KHÁI NIỆM

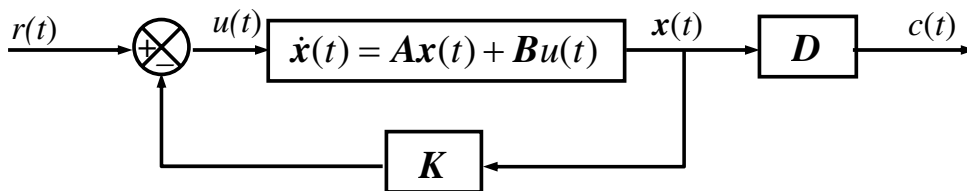
Thiết kế là toàn bộ quá trình bổ sung các thiết bị phần cứng cũng như thuật toán phần mềm vào hệ cho trước để được hệ mới thỏa mãn yêu cầu về tính ổn định, độ chính xác, đáp ứng quá độ,... Có nhiều cách bổ sung bộ điều khiển vào hệ thống cho trước, trong khuôn khổ quyển sách này chúng ta chủ yếu xét hai cách sau:

- Cách 1: thêm bộ điều khiển nối tiếp với hàm truyền của hệ hở, phương pháp này gọi là hiệu chỉnh nối tiếp. Bộ điều khiển được sử dụng có thể là bộ hiệu chỉnh sớm pha, trễ pha, sớm trễ pha, P, PD, PI, PID,... Để thiết kế hệ thống hiệu chỉnh nối tiếp chúng ta có thể sử dụng phương pháp QĐNS hay phương pháp biểu đồ Bode. Ngoài ra một phương pháp cũng thường được sử dụng là thiết kế theo đặc tính quá độ chuẩn.



Hình 6.1: Hệ thống hiệu chỉnh nối tiếp

- Cách 2: điều khiển hồi tiếp trạng thái, theo phương pháp này tất cả các trạng thái của hệ thống được phản hồi trở về ngõ vào và tín hiệu điều khiển có dạng $u(t) = r(t) - Kx(t)$. Tùy theo cách tính vector hồi tiếp trạng thái K mà ta có phương pháp điều khiển phân bố cực, điều khiển tối ưu LQR,....



Hình 6.2: Hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái

Quá trình thiết kế hệ thống là quá trình đòi hỏi tính sáng tạo do trong khi thiết kế thường có nhiều thông số phải chọn lựa. Người thiết kế cần thiết

phải hiểu được ảnh hưởng của các khâu hiệu chỉnh đến chất lượng của hệ thống và bản chất của từng phương pháp thiết kế thì mới có thể thiết kế được hệ thống có chất lượng tốt. Do đó các phương pháp thiết kế trình bày trong chương này chỉ mang tính gợi ý, đó là những cách thường được sử dụng chứ không phải là phương pháp bắt buộc phải tuân theo. Việc áp dụng một cách máy móc thường không đạt được kết quả mong muốn trong thực tế. Dù thiết kế theo phương pháp nào yêu cầu cuối cùng vẫn là thỏa mãn chất lượng mong muốn, cách thiết kế, cách chọn lựa thông số không quan trọng.

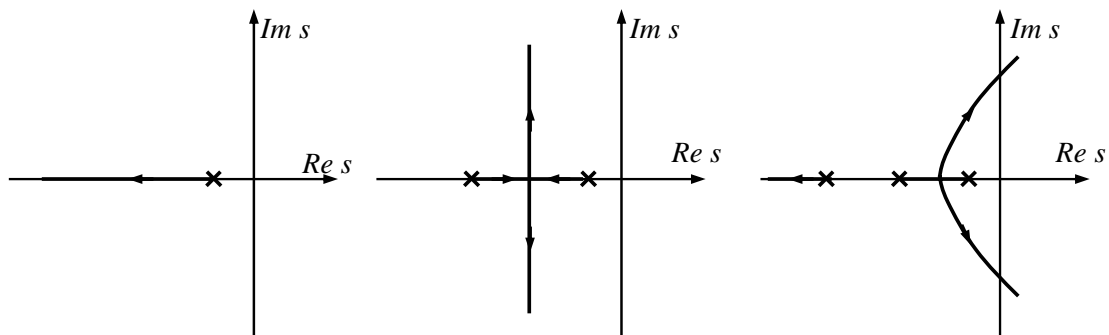
Trước khi xét đến các phương pháp thiết kế bộ điều khiển, chúng ta xét ảnh hưởng của các bộ điều khiển đến chất lượng của hệ thống. Chương này chỉ trình bày bộ điều khiển dưới dạng mô tả toán học, mạch điều khiển cụ thể xem lại chương 2.

6.2. ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC BỘ ĐIỀU KHIỂN ĐẾN CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG

6.2.1. Ảnh hưởng của cực và zero

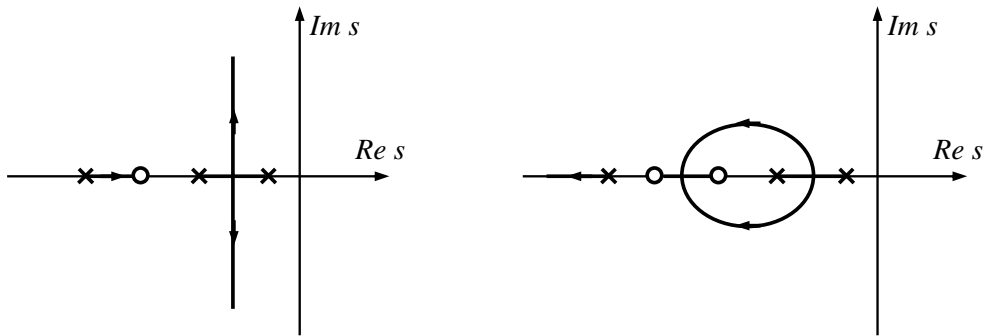
Trong mục này chúng ta khảo sát ảnh hưởng của việc thêm cực và zero vào hệ thống bằng cách dựa vào quỹ đạo nghiệm số. Ta thấy:

- Khi thêm 1 cực có phần thực âm vào hàm truyền hệ hở thì QĐNS của hệ kín có xu hướng tiến gần về phía trục ảo (xem hình 6.3), hệ thống sẽ kém ổn định hơn, độ dự trữ biên và độ dự trữ pha giảm, độ vọt lố tăng.



Hình 6.3: Sự thay đổi dạng QĐNS khi thêm cực vào hệ thống

- Khi thêm 1 zero có phần thực âm vào hàm truyền hệ hở thì QĐNS của hệ kín có xu hướng tiến xa trục ảo (xem hình 6.4), do đó hệ thống sẽ ổn định hơn, độ dự trữ biên và độ dự trữ pha tăng, độ vọt lố giảm.



Hình 6.4: Sự thay đổi dạng QĐNS khi thêm cực vào hệ thống

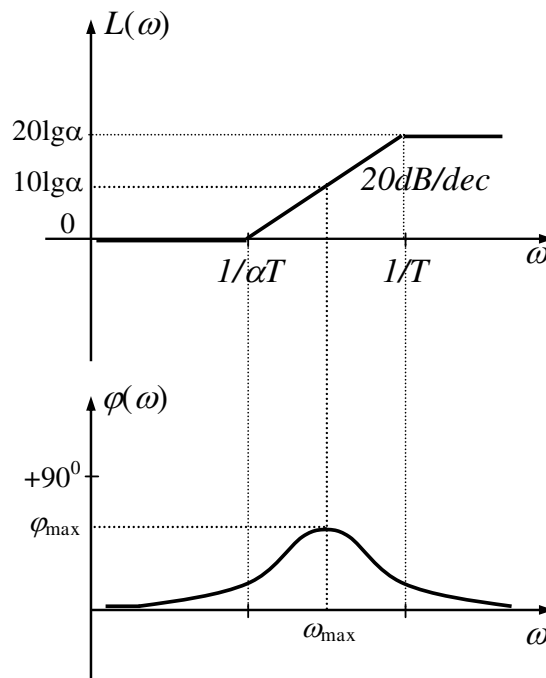
6.2.2. Ảnh hưởng của hiệu chỉnh sớm trễ pha

6.2.2.1. Hiệu chỉnh sớm pha:

Hàm truyền:
$$G_c(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha > 1) \quad (6.1)$$

Đặc tính tần số:
$$G_c(j\omega) = \frac{1 + \alpha Tj\omega}{1 + Tj\omega}$$

Hình 6.5 là biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh sớm pha. Dựa vào biểu đồ Bode của khâu sớm pha chúng ta thấy đặc tính pha luôn dương ($\varphi(\omega) > 0$, $\forall \omega$), do đó tín hiệu ra luôn luôn sớm pha hơn tín hiệu vào. Khâu hiệu chỉnh sớm pha là một bộ lọc thông cao (xem biểu đồ Bode biên độ), sử dụng khâu



Hình 6.5: Biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh sớm pha

hiệu chỉnh sớm pha sẽ mở rộng được băng thông của hệ thống, làm cho đáp ứng của hệ thống nhanh hơn, do đó khâu hiệu chỉnh sớm pha cải thiện đáp ứng quá độ. Tuy nhiên cũng do tác dụng mở rộng băng thông mà khâu hiệu chỉnh sớm pha làm cho hệ thống nhạy với nhiễu tần số cao.

Các thông số cần chú ý trên đặc tính tần số của khâu sớm pha:

- Độ lệch pha cực đại:

$$\varphi_{\max} = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right) \quad (6.2)$$

- Tần số tại đó độ lệch pha cực đại:

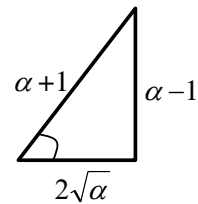
$$\omega_{\max} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \quad (6.3)$$

- Biên độ tại pha cực đại:

$$L(\omega_{\max}) = 10 \lg \alpha \quad (6.4)$$

Chứng minh:

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \arg\left(\frac{1 + j\alpha T\omega}{1 + jT\omega}\right) = \arg\left[\frac{(1 + j\alpha T\omega)(1 - jT\omega)}{1 + T^2\omega^2}\right] \\ &= \arg[1 + \alpha T^2\omega^2 + jT\omega(\alpha - 1)] = \arctan\left[\frac{T\omega(\alpha - 1)}{1 + \alpha T^2\omega^2}\right] \\ &\leq \arctan\left[\frac{T\omega(\alpha - 1)}{(2\sqrt{\alpha})T\omega}\right] = \arctan\left(\frac{\alpha - 1}{2\sqrt{\alpha}}\right) = \arcsin\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right) \end{aligned}$$



Do đó:
$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right)$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi: $1 = \alpha T^2 \omega_{\max}^2 \Leftrightarrow \omega_{\max} = 1/(T\sqrt{\alpha})$

Thay $\omega_{\max} = 1/(T\sqrt{\alpha})$ vào biểu thức biên độ của khâu sớm pha ta dễ dàng rút ra công thức (6.4). ■

6.2.2.2. Hiệu chỉnh trễ pha:

Hàm truyền:
$$G_c(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha < 1) \quad (6.5)$$

Đặc tính tần số:
$$G_c(j\omega) = \frac{1 + \alpha Tj\omega}{1 + Tj\omega}$$

Hình 6.6 là biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh trễ pha. Dựa vào biểu đồ Bode của khâu trễ pha ta thấy đặc tính pha luôn âm ($\varphi(\omega) < 0, \forall \omega$) nên tín hiệu ra luôn luôn trễ pha hơn tín hiệu vào. Khâu hiệu chỉnh trễ pha là một bộ

lọc thông thấp (xem biểu đồ Bode biên độ), sử dụng khâu hiệu chỉnh trễ pha sẽ thu hẹp băng thông của hệ thống, làm cho hệ số khuếch đại của hệ thống đối với tín hiệu vào tần số cao giảm đi, do đó khâu hiệu chỉnh trễ pha không có tác dụng cải thiện đáp ứng quá độ. Tuy nhiên cũng do tác dụng làm giảm hệ số khuếch đại ở miền tần số cao mà khâu trễ pha có tác dụng lọc nhiễu tần số cao ảnh hưởng đến hệ thống. Do hệ số khuếch đại ở miền tần số thấp lớn nên khâu hiệu chỉnh trễ pha làm giảm sai số xác lập của hệ thống (xem biểu thức sai số xác lập đã trình bày ở chương 5).

Các thông số cần chú ý trên đặc tính tần số của khâu trễ pha:

- Độ lệch pha cực tiểu:

$$\varphi_{\min} = \sin^{-1}\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\right) \quad (6.6)$$

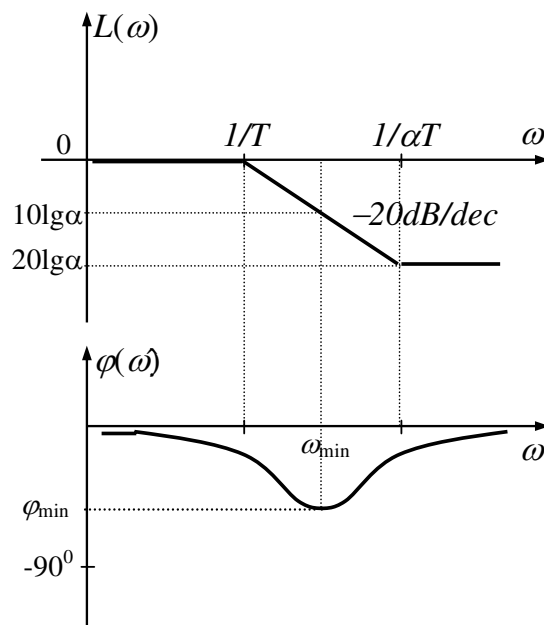
- Tần số tại đó độ lệch pha cực tiểu:

$$\omega_{\min} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \quad (6.7)$$

- Biên độ tại pha cực tiểu:

$$L(\omega_{\min}) = 10\lg\alpha \quad (6.8)$$

Chứng minh: Tương tự như đã làm đối với khâu sớm pha. ■



Hình 6.6: Biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh trễ pha

6.2.2.3 Hiệu chỉnh sớm trễ pha:

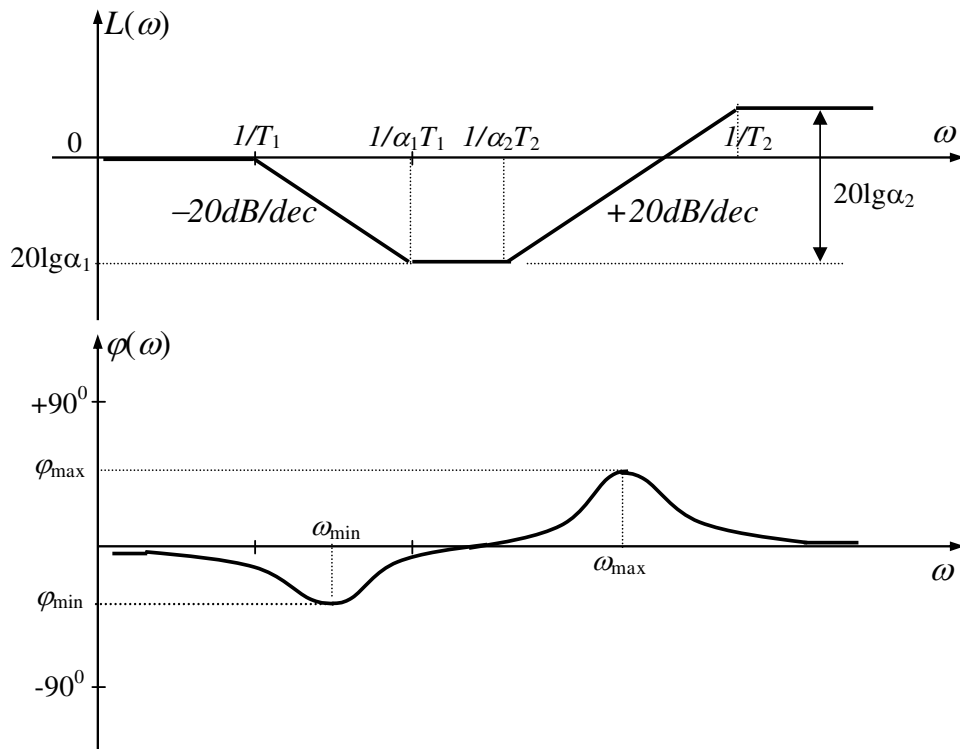
Khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha gồm một khâu trễ pha mắc nối tiếp với một khâu sớm pha. Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh sớm trễ có thể viết dưới dạng:

$$G_C(s) = G_{C1}(s).G_{C2}(s) = \left(\frac{1 + \alpha_1 T_1 s}{1 + T_1 s} \right) \left(\frac{1 + \alpha_2 T_2 s}{1 + T_2 s} \right) \quad (6.9)$$

Để biểu thức (6.9) là hàm truyền của khâu sớm trễ pha thì các thông số phải thỏa điều kiện: $\alpha_1 < 1$, $\alpha_2 > 1$, $1/(\alpha_1 T_1) < 1/(\alpha_2 T_2)$.

Đặc tính tần số của khâu sớm trễ pha:

$$G_C(j\omega) = \left(\frac{1 + \alpha_1 T_1 j\omega}{1 + T_1 j\omega} \right) \left(\frac{1 + \alpha_2 T_2 j\omega}{1 + T_2 j\omega} \right) \quad (6.10)$$



Hình 6.7: Biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha

Hình 6.7 là biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha. Ở miền tần số cao tín hiệu ra sớm pha hơn tín hiệu vào; ở miền tần số thấp tín hiệu ra trễ pha hơn tín hiệu vào nên khâu hiệu chỉnh này được gọi là khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha. Khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha là một bộ lọc chắn dải (xem biểu đồ Bode biên độ), hệ số khuếch đại ở miền tần số cao lớn làm cải thiện đáp

ứng quá độ; hệ số khuếch đại ở miền tần số thấp lớn làm giảm sai số xác lập, do đó khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha kết hợp các ưu điểm của khâu hiệu chỉnh sớm pha và trễ pha.

6.2.3. Hiệu chỉnh PID

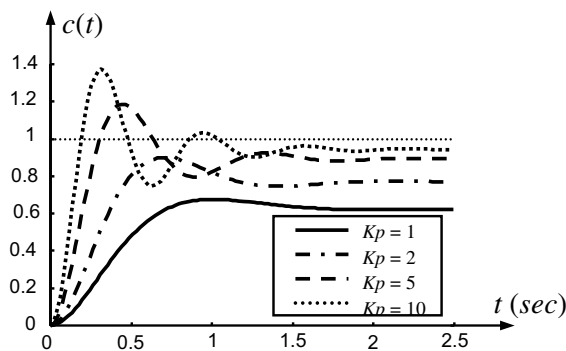
6.2.3.1 Hiệu chỉnh tỉ lệ P: (Proportional)

Hàm truyền:
$$G_c(s) = K_p \tag{6.11}$$

Đặc tính tần số của khâu hiệu chỉnh tỉ lệ đã được trình bày ở chương 2. Dựa vào các biểu thức sai số xác lập đã trình bày ở chương 4 ta thấy nếu hệ số khuếch đại K_p càng lớn thì sai số xác lập càng nhỏ, tuy nhiên khi K_p tăng thì các cực của hệ thống nói chung có xu hướng di chuyển xa ra trục thực, điều đó có nghĩa là đáp ứng của hệ thống càng dao động, độ vọt lố càng cao. Nếu K_p tăng quá giá trị hệ số khuếch đại giới hạn thì hệ thống sẽ trở nên mất ổn định. Do đó không thể muốn sai số của hệ thống bằng 0 thì không thể tăng hệ số khuếch đại lên vô cùng.

Thí dụ 6.1: Khảo sát ảnh hưởng của bộ điều khiển tỉ lệ.

Xét hệ thống hiệu chỉnh nối tiếp có sơ đồ khối như hình 6.1, trong đó hàm truyền của đối tượng là: $G(s) = \frac{10}{(s + 2)(s + 3)}$. Bộ điều khiển được sử dụng là bộ điều khiển tỉ lệ. Đường liền nét trong hình 6.8 là đáp ứng của hệ thống khi chưa hiệu chỉnh $K_p = 1$. Theo hình vẽ ta thấy khi tăng K_p thì sai số xác lập giảm, đồng thời độ vọt lố cũng tăng lên (các đường đứt nét). ■



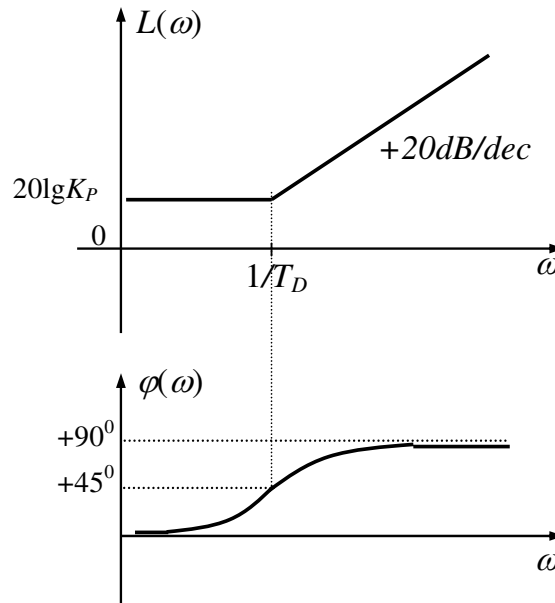
Hình 6.8: Đáp ứng nấc của hệ thống kín khi thay đổi hệ số khuếch đại của bộ điều khiển tỉ lệ

6.2.3.2 Hiệu chỉnh vi phân tỉ lệ PD: (Proportional Derivative)

Hàm truyền: $G_C(s) = K_P + K_D s = K_P(1 + T_D s)$ (6.12)

trong đó $K_D = K_P T_D$, T_D được gọi là thời hằng vi phân của bộ điều khiển PD.

Đặc tính tần số: $G_C(j\omega) = K_P + K_D j\omega = K_P(1 + jT_D \omega)$ (6.13)



Hình 6.9: Biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh PD

Mắc nối tiếp khâu hiệu chỉnh PD với hàm truyền của đối tượng tương đương với việc thêm vào hệ thống một zero tại vị trí $-1/T_D$. Như đã trình bày ở mục 6.2.1, việc thêm vào hệ thống một zero làm cho QĐNS có xu hướng rời xa trục ảo và tiến gần về phía trục thực, do đó làm giảm độ vọt lố của hệ thống.

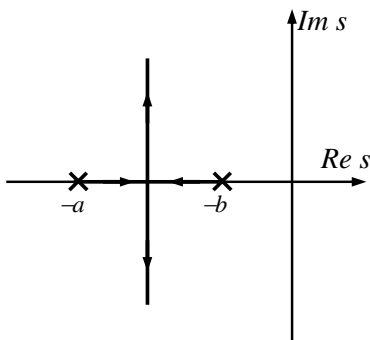
Hình 6.9 là đặc tính tần số của khâu hiệu chỉnh PD. Dựa vào biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh PD ta thấy khâu hiệu chỉnh PD là một trường hợp riêng của khâu hiệu chỉnh sớm pha, trong đó độ lệch pha cực đại giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào là $\varphi_{\max} = 90^\circ$, tương ứng với tần số $\omega_{\max} = +\infty$. Khâu hiệu chỉnh PD có đặc điểm của khâu hiệu chỉnh sớm pha, nghĩa là làm nhanh đáp ứng của hệ thống, giảm thời gian quá độ. Tuy nhiên do hệ số khuếch đại ở tần số cao của khâu hiệu chỉnh PD là vô cùng lớn nên khâu hiệu chỉnh PD là làm cho hệ thống rất nhạy với nhiễu tần số cao. Do đó xét về ảnh hưởng của nhiễu tần số cao thì khâu hiệu chỉnh sớm pha có ưu thế hơn khâu hiệu chỉnh PD.

Thí dụ 6.2: Khảo sát ảnh hưởng của bộ điều khiển vi phân tỉ lệ.

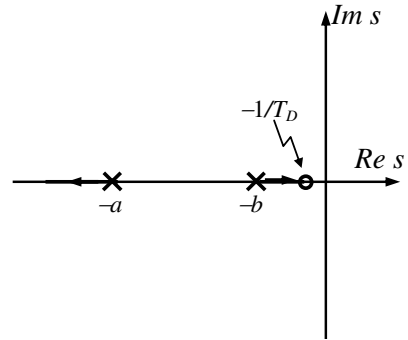
Xét hệ thống hiệu chỉnh nối tiếp có sơ đồ khối như hình 6.1, trong đó hàm truyền của đối tượng là: $G(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)}$ ($a > b > 0$). Bộ điều khiển được sử dụng là bộ điều khiển vi phân tỉ lệ. Phương trình đặc tính của hệ thống sau khi hiệu chỉnh là:

$$1 + K_P(1 + T_D s) \frac{K}{(s+a)(s+b)} = 0$$

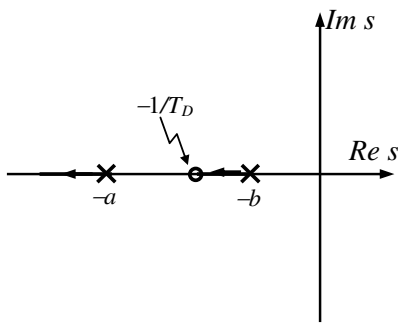
Ảnh hưởng đặc trưng của khâu PD quyết định bởi thời hằng vi phân T_D (cũng chính là vị trí zero $-1/T_D$ trên QĐNS hay tần số gây $1/T_D$ trên đặc tính tần số). Tùy theo giá trị của T_D mà QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh có thể có các dạng như hình 6.10.



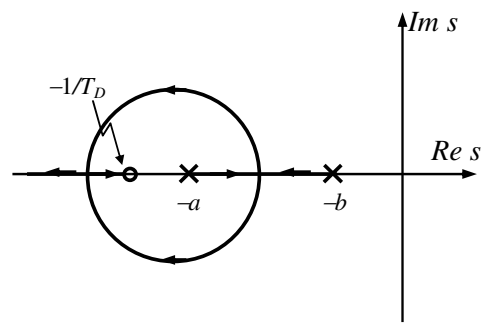
(a) Chưa hiệu chỉnh



(b) Đã hiệu chỉnh ($0 < 1/T_D < b$)



(c) Đã hiệu chỉnh ($b < 1/T_D < a$)

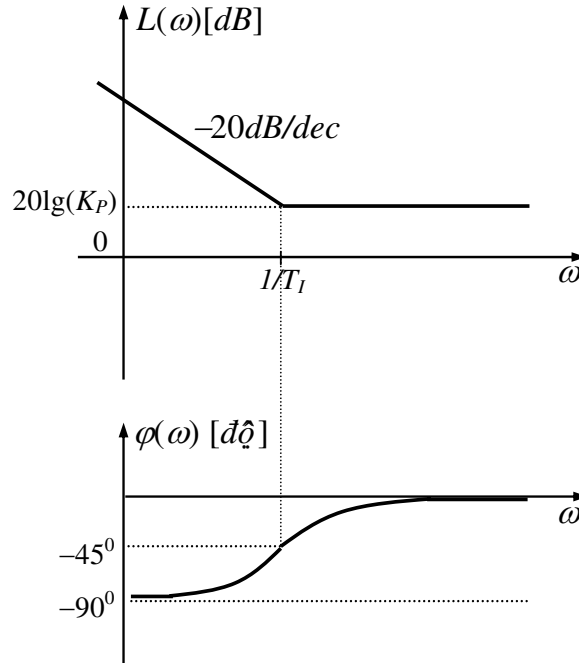


(d) Đã hiệu chỉnh ($1/T_D > a$)

Hình 6.10: Sự thay đổi dạng QĐNS khi thêm khâu hiệu chỉnh PD vào hệ thống

Ta thấy nếu $0 < 1/T_D < a$ thì QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh nằm hoàn toàn trên trục thực (hình 6.10b và 6.10c), do đó đáp ứng của hệ thống hoàn toàn không có dao động. Nếu $1/T_D > a$ thì tùy giá trị của K_P mà hệ

góc tọa độ, điều này làm cho QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh bị đẩy về phía phải mặt phẳng phức, nên hệ thống kém ổn định hơn.



Hình 6.12: Biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh PI

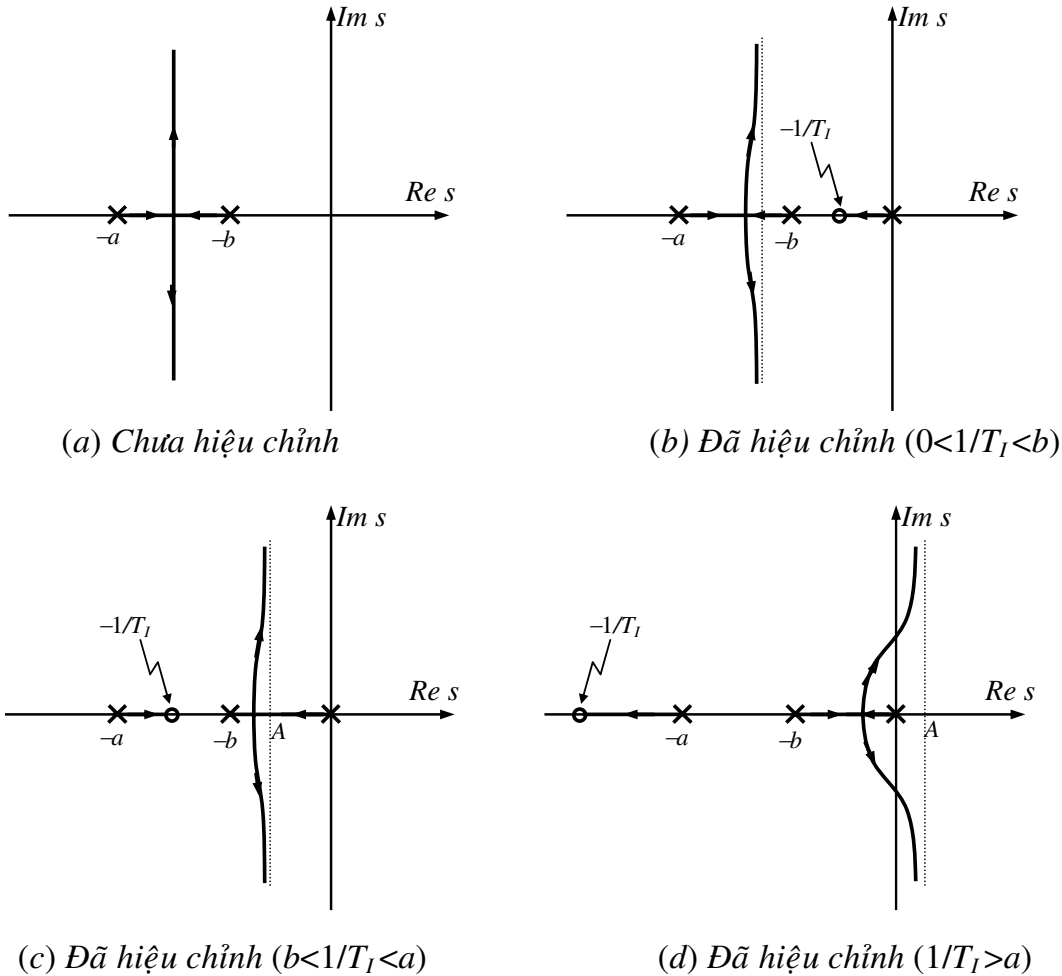
Hình 6.12 là biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh PI. Dựa vào biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh PI ta thấy khâu hiệu chỉnh PI là một trường hợp riêng của khâu hiệu chỉnh trễ pha, trong đó độ lệch pha cực tiểu giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào là $\varphi_{\min} = -90^\circ$, tương ứng với tần số $\omega_{\min} = 0$. Khâu hiệu chỉnh PI có đặc điểm của khâu hiệu chỉnh trễ pha, nghĩa là làm chậm đáp ứng quá độ, tăng độ vọt lố, giảm sai số xác lập. Do hệ số khuếch đại của khâu PI bằng vô cùng tại tần số bằng 0 nên khâu hiệu chỉnh PI làm cho sai số đối với tín hiệu vào là hàm nấc của hệ thống không có khâu vi phân lý tưởng bằng 0 (hệ vô sai bậc 1). Ngoài ra do khâu PI là một bộ lọc thông thấp nên nó còn có tác dụng triệt tiêu nhiễu tần số cao tác động vào hệ thống.

Thí dụ 6.3: Khảo sát ảnh hưởng của bộ điều khiển tích phân tỉ lệ.

Xét hệ thống hiệu chỉnh nối tiếp có sơ đồ khối như hình 6.1, trong đó hàm truyền của đối tượng là: $G(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)}$ ($a > b > 0$). Bộ điều khiển được sử dụng là bộ điều khiển tích phân tỉ lệ. Phương trình đặc tính của hệ thống sau khi hiệu chỉnh là:

$$1 + K_P \left(\frac{T_I s + 1}{T_I s} \right) \frac{K}{(s + a)(s + b)} = 0$$

Ảnh hưởng đặc trưng của khâu PI quyết định bởi thời hằng tích phân T_I (cũng chính là vị trí zero $-1/T_I$ trên QĐNS hay tần số gãy $1/T_I$ trên đặc tính tần số). Tùy theo giá trị của T_I mà QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh có thể có các dạng như hình 6.13.

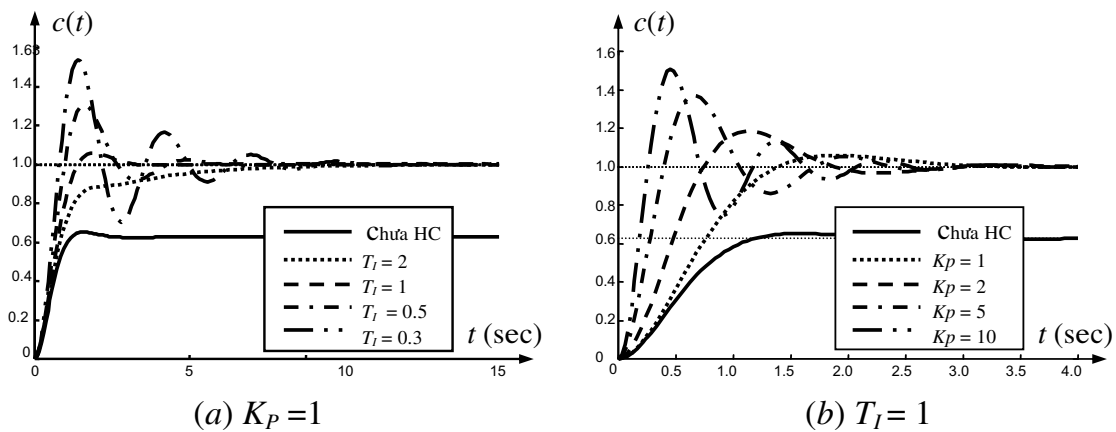


Hình 6.13: Sự thay đổi dạng QĐNS khi thêm khâu hiệu chỉnh PI vào hệ thống

Theo công thức sai số (5.xx), ta thấy khâu hiệu chỉnh PI làm cho sai số xác lập của hệ thống đối với tín hiệu vào là hàm bậc bằng 0. Tuy nhiên khâu hiệu chỉnh PI làm cho hệ thống kém ổn định. Ta có thể kiểm chứng được điều này bằng cách phân tích sự thay đổi dạng QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh. Theo công thức (4.xx), giao điểm của tiệm cận với trục thực là: $OA = (-a - b + 1/T_I)$. Do đó khi $1/T_I$ càng tăng thì QĐNS của hệ thống càng

di chuyển về phía phải mặt phẳng phức (hình 6.13b, 6.13c), hệ thống càng kém ổn định. Khi $1/T_I$ đủ lớn thỏa điều kiện $1/T_I > a + b$ thì QĐNS có đoạn nằm bên phải mặt phẳng phức (hình 6.13d), hệ thống không ổn định nếu hệ số khuếch đại của hệ thống lớn hơn giá trị K_{gh} .

Hình 6.14 minh họa đáp ứng quá độ của hệ thống khi thay đổi thông số của bộ điều khiển PI. Ở hình 6.14a ta thấy khi càng giảm thời hằng tích phân T_I thì độ vọt lố của hệ thống càng cao, hệ thống càng chậm xác lập. Từ đây ta rút ra kết luận khi thiết kế khâu hiệu chỉnh PI nên chọn zero $-1/T_I$ nằm gần gốc tọa độ để thời hằng tích phân T_I có giá trị lớn nhằm hạn chế độ vọt lố. Khi giữ T_I bằng hằng số thì ảnh hưởng của K_P đến chất lượng của hệ thống chính là ảnh hưởng của khâu khếch đại, K_P càng tăng thì độ vọt lố càng tăng, tuy nhiên thời gian quá độ gần như không đổi (hình 6.14b). Nếu K_P vượt quá giá trị hệ số khuếch đại giới hạn thì hệ thống trở nên mất ổn định. ■



Hình 6.14: Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh PI đến đáp ứng nấc đơn vị của hệ thống

6.2.3.4 Hiệu chỉnh vi tích phân tử lệ PID: (Proportional Integral Derivative)

$$\text{Hàm truyền: } G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \tag{6.16}$$

Có thể xem khâu hiệu chỉnh PID gồm một khâu PI mắc nối tiếp với một khâu PD.

$$G_C(s) = K_{P1} \left(1 + \frac{1}{T_{I1}s} \right) (1 + T_{D2}s) \tag{6.17}$$

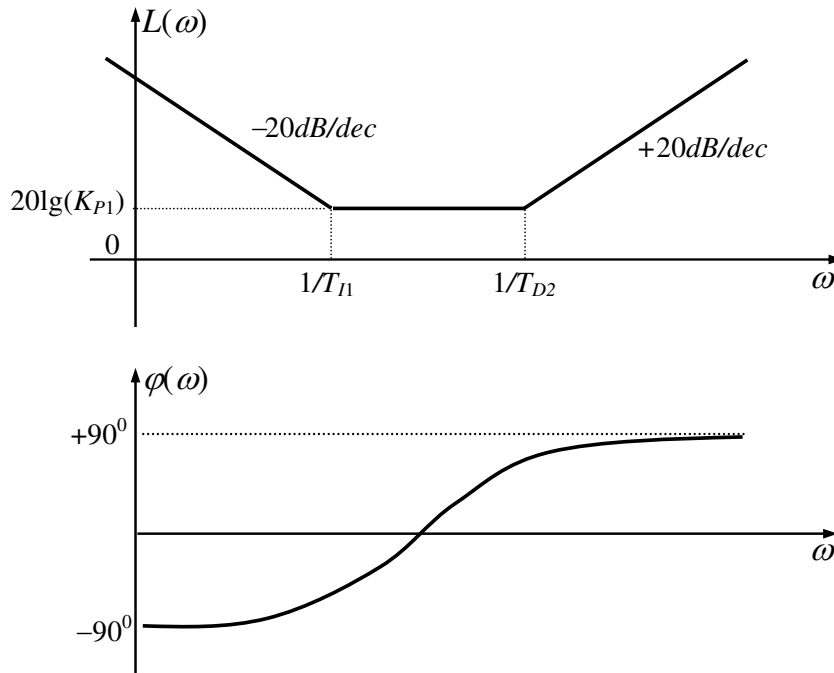
trong đó $T_{I1} > T_{D2}$. Dễ dàng suy ra được mối quan hệ giữa các hệ số trong hai cách biểu diễn (6.16) và (6.17) như sau:

$$K_P = K_{P1}(1 + T_{D2}/T_{I1}) \quad (6.18)$$

$$K_I = K_{P1}/T_{I1} \quad (6.19)$$

$$K_D = K_{P1}T_{D2} \quad (6.20)$$

Đặc tính tần số: $G_C(j\omega) = K_{P1} \left(1 + \frac{1}{T_{I1}j\omega} \right) (1 + T_{D2}j\omega)$ (6.21)



Hình 6.15: Biểu đồ Bode của khâu hiệu chỉnh PID

Khâu hiệu chỉnh PID là một trường hợp riêng của hiệu chỉnh sớm trễ pha, trong đó độ lệch pha cực tiểu giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào là $\varphi_{\min} = -90^\circ$, tương ứng với tần số $\omega_{\min} = 0$; độ lệch pha cực đại giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào là $\varphi_{\max} = +90^\circ$, tương ứng với tần số $\omega_{\max} = \infty$.

Do khâu hiệu chỉnh PID có thể xem là khâu PI mắc nối tiếp với khâu PD nên nó có các ưu điểm của khâu PI và PD. Nghĩa là khâu hiệu chỉnh PID cải thiện đáp ứng quá độ (giảm vọt lố, giảm thời gian quá độ) và giảm sai số xác lập (nếu đối tượng không có khâu vi phân lý tưởng thì sai số xác lập đối với tín hiệu vào là hàm bậc bằng 0).

Chúng ta vừa khảo sát xong ảnh hưởng của các khâu hiệu chỉnh nối tiếp thường dùng đến chất lượng của hệ thống, mỗi khâu hiệu chỉnh có những ưu điểm cũng như khuyết điểm riêng. Do vậy cần phải hiểu rõ đặc điểm của từng khâu hiệu chỉnh chúng ta mới có thể sử dụng linh hoạt và hiệu quả

được. Tùy theo đặc điểm của từng đối tượng điều khiển cụ thể và yêu cầu chất lượng mong muốn mà chúng ta phải sử dụng khâu hiệu chỉnh thích hợp. Khi đã xác định được khâu hiệu chỉnh cần dùng thì vấn đề còn lại là xác định thông số của nó. Các mục tiếp sẽ đề cập đến vấn đề này.

6.3. THIẾT KẾ HỆ THỐNG DÙNG PHƯƠNG PHÁP QĐNS

Nguyên tắc thiết kế hệ thống dùng phương pháp QĐNS là dựa vào phương trình đặc tính của hệ thống sau khi hiệu chỉnh:

$$1 + G_C(s)G(s) = 0 \tag{6.22}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |G_C(s)G(s)| = 1 & \text{điều kiện biên độ} \\ \angle G_C(s)G(s) = -180^\circ & \text{điều kiện pha} \end{cases} \tag{6.23}$$

Ta cần chọn thông số của bộ điều khiển $G_C(s)$ sao cho phương trình (6.22) có nghiệm tại vị trí mong muốn.

6.3.1 Hiệu chỉnh sớm pha

Để thuận lợi cho việc vẽ QĐNS chúng ta biểu diễn hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm pha dưới dạng sau (so sánh với biểu thức (6.1)):

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\alpha T)}{s + (1/T)} \quad (\alpha > 1) \tag{6.24}$$

Bài toán đặt ra là chọn giá trị K_C , α và T để đáp ứng của hệ thống thỏa mãn yêu cầu về chất lượng quá độ (độ vọt lố, thời gian xác lập,...)

Ta đã biết chất lượng quá độ của hệ thống hoàn toàn xác định bởi vị trí của cặp cực quyết định. Do đó nguyên tắc thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng phương pháp QĐNS là chọn cực và zero của khâu hiệu chỉnh sao cho QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh phải **đi qua** cặp cực quyết định mong muốn. Sau đó bằng cách chọn hệ số khuếch đại K_C thích hợp ta sẽ chọn được cực của hệ thống chính là cặp cực mong muốn. Nguyên tắc trên được cụ thể hóa thành trình tự thiết kế sau:

TRÌNH TỰ THIẾT KẾ

Khâu hiệu chỉnh : **Sớm pha**

Phương pháp thiết kế: **QĐNS**

Bước 1: Xác định cặp cực quyết định từ yêu cầu thiết kế về chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ:

$$\begin{cases} \text{Độ vọt lố POT} \\ \text{Thời gian quá độ, ...} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi \\ \omega_n \end{cases} \Rightarrow s_{1,2}^* = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

Bước 2: Xác định góc pha cần bù để cặp cực quyết định $s_{1,2}^*$ nằm trên QĐNS của hệ thống sau khi hiệu chỉnh bằng công thức:

$$\phi^* = -180^0 + \sum_{i=1}^n \arg(s_1^* - p_i) - \sum_{i=1}^m \arg(s_1^* - z_i) \quad (6.25)$$

trong đó p_i và z_i là các cực của hệ thống $G(s)$ trước khi hiệu chỉnh.

Dạng hình học của công thức trên là:

$$\phi^* = -180^0 + \sum \text{góc từ các cực của } G(s) \text{ đến cực } s_1^* - \sum \text{góc từ các zero của } G(s) \text{ đến cực } s_1^* \quad (6.26)$$

Bước 3: Xác định vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh

Vẽ 2 nửa đường thẳng bất kỳ xuất phát từ cực quyết định s^* sao cho 2 nửa đường thẳng này tạo với nhau một góc bằng ϕ^* . Giao điểm của hai nửa đường thẳng này với trục thực là vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh.

Có hai cách vẽ thường dùng:

- PP đường phân giác (để cực và zero của khâu hiệu chỉnh gần nhau)
- PP triệt tiêu nghiệm (để hạ bậc của hệ thống)

Bước 4: Tính hệ số khuếch đại K_C bằng cách áp dụng công thức:

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_1^*} = 1$$

Giải thích:

Bước 1: Do chất lượng quá độ phụ thuộc vào vị trí cặp cực quyết định nên để thiết kế hệ thống thỏa mãn chất lượng quá độ mong muốn ta phải xác định cặp cực quyết định tương ứng. Gọi cặp cực quyết định mong muốn là $s_{1,2}^*$.

Bước 2: Để hệ thống có chất lượng quá độ như mong muốn thì cặp cực quyết định $s_{1,2}^*$ phải là nghiệm của phương trình đặc tính sau khi hiệu chỉnh (6.22).

Xét điều kiện về pha:

$$\begin{aligned} \angle G_C(s)G(s)|_{s=s^*} &= -180^0 \\ \Leftrightarrow \angle G_C(s)|_{s=s^*} + \angle G(s)|_{s=s^*} &= -180^0 \\ \Leftrightarrow \angle G_C(s)|_{s=s^*} + \left(\sum_{i=1}^m \arg(s^* - z_i) - \sum_{i=1}^n \arg(s^* - p_i) \right) &= -180^0 \end{aligned} \quad (6.27)$$

Trong đó z_i và p_i là các zero và các cực của hệ thống hở trước khi hiệu chỉnh. Đặt góc pha cần bù $\phi^* = \angle G_C(s)|_{s=s^*}$, từ biểu thức (6.27) ta suy ra:

$$\phi^* = -180^0 + \sum_{i=1}^n \arg(s^* - p_i) - \sum_{i=1}^m \arg(s^* - z_i)$$

Do số phức có thể biểu diễn dưới dạng vector nên công thức trên tương đương với công thức hình học sau:

$$\phi^* = -180^0 + \sum \text{góc từ các cực của } G(s) \text{ đến cực } s^* - \sum \text{góc từ các zero của } G(s) \text{ đến cực } s^*$$

Bước 3: Bây giờ ta phải chọn cực và zero của khâu hiệu chỉnh sau cho:

$$\phi^* = \angle G_C(s) \Big|_{s=s^*}$$

$$\Leftrightarrow \phi^* = \arg(s^* + 1/\alpha T) - \arg(s^* + 1/T) \tag{6.28}$$

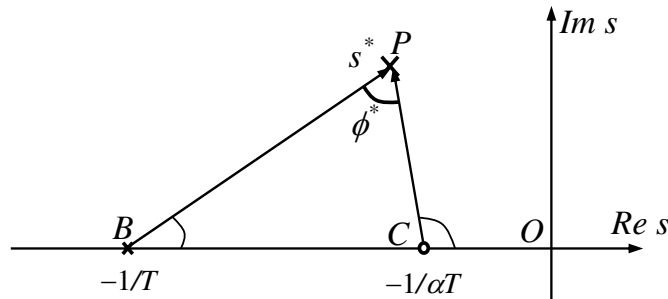
Do ϕ^* và s^* đã biết nên phương trình (6.28) có hai ẩn số cần tìm là $1/\alpha T$ và $1/T$. Chọn trước giá trị $1/\alpha T$ bất kỳ thay vào phương trình (6.28) ta sẽ tính được $1/T$ và ngược lại, nghĩa là bài toán thiết kế có vô số nghiệm.

Thay vì chọn nghiệm bằng phương pháp giải tích (giải phương trình (6.28)) như vừa trình bày chúng ta có thể chọn bằng phương pháp hình học. Theo hình vẽ 6.16 hai số phức $(s^* + 1/T)$ và $(s^* + 1/\alpha T)$ được biểu diễn bởi hai vector \overrightarrow{BP} và \overrightarrow{CP} , do đó $\arg(s^* + 1/T) = \widehat{PBO}$ và $\arg(s^* + 1/\alpha T) = \widehat{PCO}$.

Thay các góc hình học vào phương trình (6.28) ta được:

$$\phi^* = \arg(s^* + 1/\alpha T) - \arg(s^* + 1/T) = \widehat{PCO} - \widehat{PBO} = \widehat{BPC}.$$

Từ phân tích trên ta thấy cực và zero của khâu hiệu chỉnh sớm pha phải nằm tại điểm B và C sao cho $\widehat{BPC} = \phi^*$. Đây chính là cơ sở toán học của cách chọn cực và zero như đã trình bày trong trình tự thiết kế.



Hình 6.16: Quan hệ hình học giữa vị trí cực và zero của khâu hiệu chỉnh sớm pha với góc pha cần bù

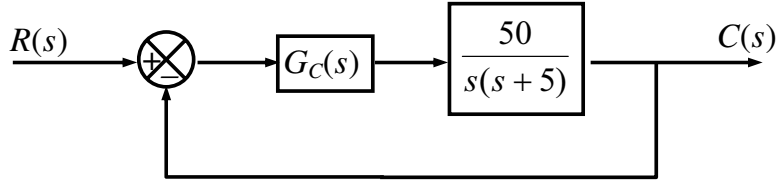
Bước 4: Muốn s^* là nghiệm của phương trình đặc tính (6.22) thì ngoài điều kiện về pha ta phải chọn K_C sao cho s^* thỏa điều kiện biên độ. Do đó ta phải chọn K_C bằng công thức:

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_1^*} = 1$$

■

Thí dụ 6.4: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng phương pháp QĐNS.

Cho hệ thống điều khiển như hình vẽ. Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh thỏa: $POT < 20\%$; $t_{qd} < 0,5$ sec (tiêu chuẩn 2%).



Lời giải:

Vì yêu cầu thiết kế cải thiện đáp ứng quá độ nên sử dụng khâu hiệu chỉnh sớm pha:

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\alpha T)}{s + (1/T)} \quad (\alpha > 1)$$

Bước 1: Xác định cặp cực quyết định

Theo yêu cầu thiết kế, ta có:

$$\bullet POT = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) < 0.2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} < \ln 0.2 = -1,6$$

$$\Rightarrow 1,95\xi > \sqrt{1-\xi^2} \quad \Rightarrow \quad 4,8\xi^2 > 1 \quad \Rightarrow \quad \xi > 0,45$$

Chọn $\xi = 0,707$

$$\bullet t_{qd} = \frac{4}{\xi\omega_n} < 0,5 \quad \Rightarrow \quad \omega_n > \frac{4}{0,5 \times \xi} \quad \Rightarrow \quad \omega_n > 11,4$$

Chọn $\omega_n = 15$

Vậy cặp cực quyết định là:

$$s_{1,2}^* = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -0,707 \times 15 \pm j15\sqrt{1-0,707^2}$$

$$\Rightarrow \quad s_{1,2}^* = -10,5 \pm j10,5$$

Bước 2: Xác định góc pha cần bù

Cách 1. Dùng công thức đại số

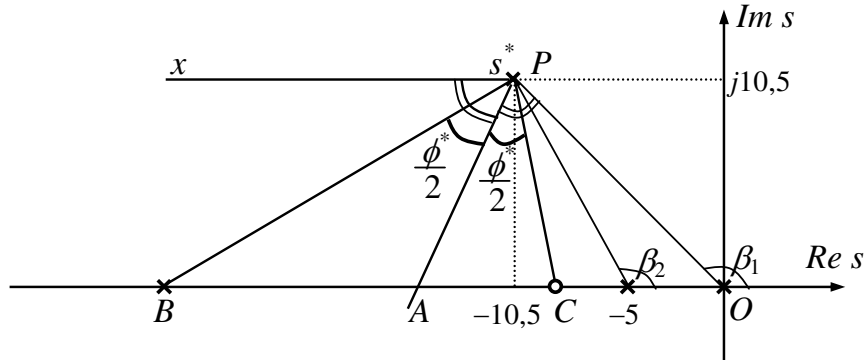
$$\phi^* = -180^\circ + \left\{ \arg[(-10,5 + j10,5) - 0] + \arg[(-10,5 + j10,5) - (-5)] \right\}$$

$$= -180^\circ + \left\{ \arctan\left(\frac{10,5}{-10,5}\right) + \arctan\left(\frac{10,5}{-5,5}\right) \right\}$$

$$= -180^0 + (135 + 117,6)$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi^* = 72,6^0}$$

Cách 2. Dùng công thức hình học



$$\phi^* = -180^0 + (\beta_1 + \beta_2)$$

$$= -180^0 + (135^0 + 117,6^0) = 72,6^0$$

Bước 3: Xác định cực và zero của khâu hiệu chỉnh bằng phương pháp đường phân giác.

- Vẽ PA là phân giác của góc OPx .
- Vẽ PB và PC sao cho $\widehat{APB} = \frac{\phi^*}{2}$, $\widehat{APC} = \frac{\phi^*}{2}$

Điểm B chính là vị trí cực và C là vị trí zero của khâu hiệu chỉnh.

$$\frac{1}{T} = OB \qquad \frac{1}{\alpha T} = OC$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta suy ra:

$$\bullet \quad OB = OP \frac{\sin\left(\frac{OPx}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{OPx}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)} = 15 \frac{\sin\left(\frac{135^0}{2} + \frac{72,6^0}{2}\right)}{\sin\left(\frac{135^0}{2} - \frac{72,6^0}{2}\right)} = 28,12$$

$$\bullet \quad OC = OP \frac{\sin\left(\frac{OPx}{2} - \frac{\phi^*}{2}\right)}{\sin\left(\frac{OPx}{2} + \frac{\phi^*}{2}\right)} = 15 \frac{\sin\left(\frac{135^0}{2} - \frac{72,6^0}{2}\right)}{\sin\left(\frac{135^0}{2} + \frac{72,6^0}{2}\right)} = 8,0$$

$$\Rightarrow \boxed{G_C(s) = K_C \frac{s+8}{s+28}}$$

Bước 4: Tính K_C .

$$\begin{aligned}
 & |G_C(s)G(s)|_{s=s^*} = 1 \\
 \Rightarrow & \left| K_C \frac{s+8}{s+28} \cdot \frac{50}{s(s+5)} \right|_{s=-10,5+j10,5} = 1 \\
 \Rightarrow & \left| K_C \frac{-10,5+j10,5+8}{-10,5+j10,5+28} \cdot \frac{50}{(-10,5+j10,5)(-10,5+j10,5+5)} \right| = 1 \\
 \Rightarrow & K_C \frac{10,79 \times 50}{20,41 \times 15 \times 11,85} = 1 \\
 \Rightarrow & \boxed{K_C = 6,7}
 \end{aligned}$$

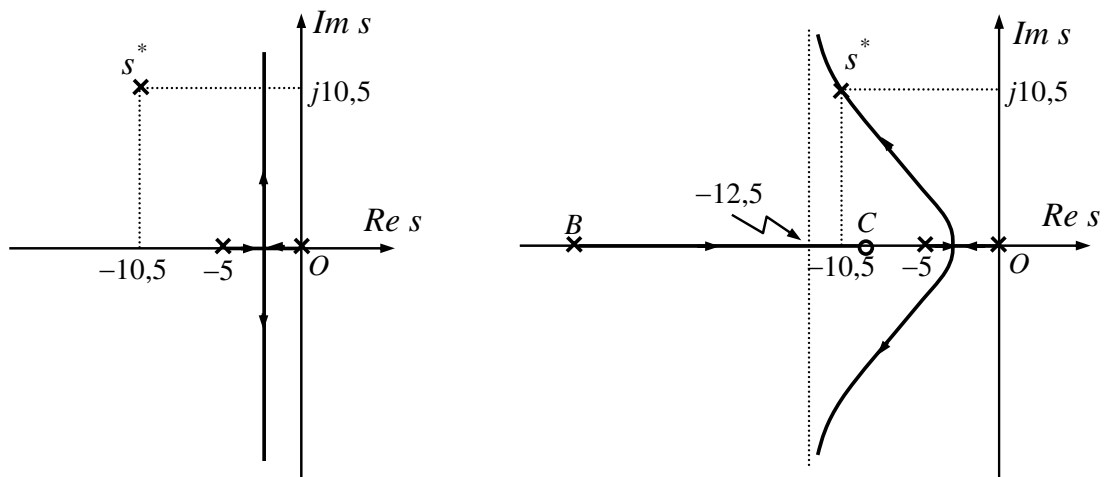
Vậy hàm truyền của khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế là:

$$\boxed{G_C(s) = 6,7 \frac{s+8}{s+28}}$$

Nhận xét:

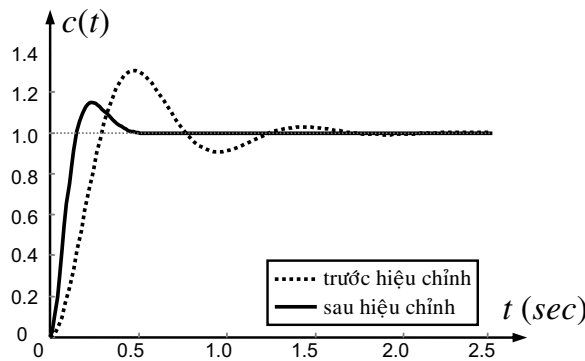
Quỹ đạo nghiệm số của hệ thống trước khi hiệu chỉnh không qua điểm s^* (hình 6.17a) do đó hệ thống sẽ không bao giờ đạt được chất lượng đáp ứng quá độ như yêu cầu dù có thay đổi hệ số khuếch đại của hệ thống.

Bằng cách sử dụng khâu hiệu chỉnh sớm pha, quỹ đạo nghiệm số của hệ thống bị sửa dạng và qua điểm s^* (hình 6.17b). Bằng cách chọn hệ số khuếch đại thích hợp (như đã thực hiện ở bước 4) hệ thống sẽ có cặp cực quyết định như mong muốn, do đó đáp ứng quá độ đạt yêu cầu thiết kế (hình 6.18).



(a) QĐNS trước khi hiệu chỉnh (b) QĐNS sau khi hiệu chỉnh

Hình 6.17: Sự thay đổi dạng QĐNS khi hiệu chỉnh sớm pha



Hình 6.18: Đáp ứng nấc của hệ thống ở thí dụ 6.4 trước và sau khi hiệu chỉnh

6.3.2 Hiệu chỉnh trễ pha

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế có dạng:

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\beta T)}{s + (1/T)} \quad (\beta < 1)$$

Bài toán đặt ra là chọn giá trị K_C , β và T để đáp ứng của hệ thống thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập mà “không” làm ảnh hưởng đến đáp ứng quá độ (ảnh hưởng không đáng kể).

Ta đã biết do khâu hiệu chỉnh trễ pha có hệ số khuếch đại ở miền tần số thấp lớn nên có tác dụng làm giảm sai số xác lập của hệ thống. Để đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi hiệu chỉnh trễ pha gần như không đổi thì cặp cực quyết định của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh phải nằm rất gần nhau. Để đạt được điều này ta phải thêm đặt cực và zero của khâu hiệu chỉnh trễ pha sau cho dạng QĐNS thay đổi không đáng kể. Đây là nguyên tắc cần tuân theo khi thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha. Trình tự thiết kế dưới đây cụ thể hóa nguyên tắc trên:

TRÌNH TỰ THIẾT KẾ

Khâu hiệu chỉnh : Trễ pha

Phương pháp thiết kế: QĐNS

Bước 1: Xác định β từ yêu cầu về sai số xác lập.

Nếu yêu cầu về sai số xác lập cho dưới dạng hệ số vận tốc K_V^* thì tính β bằng công thức sau:

$$\beta = \frac{K_V}{K_V^*}$$

(K_V và K_V^* là hệ số vận tốc của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh)

Bước 2: Chọn zero của khâu hiệu chỉnh sao cho:

$$\frac{1}{\beta T} \ll |\operatorname{Re}(s_{1,2}^*)|$$

($s_{1,2}^*$ là cặp cực quyết định của hệ thống sau khi hiệu chỉnh)

Bước 3: Tính cực của khâu hiệu chỉnh:

$$\frac{1}{T} = \beta \cdot \frac{1}{\beta T}$$

Bước 4: Tính K_C bằng cách áp dụng công thức:

$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_{1,2}^*} = 1$$

Trong đó $s_{1,2}^*$ là cặp cực quyết định của hệ thống sau khi hiệu chỉnh. Do yêu cầu thiết kế không làm ảnh hưởng đáng kể đến đáp ứng quá độ nên có thể tính gần đúng:

$$s_{1,2}^* \approx s_{1,2}$$

Giải thích:

Bước 1: Ta có hệ số vận tốc của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

$$\begin{aligned} K_V^* &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_C(s)G(s) = \left(\lim_{s \rightarrow 0} G_C(s) \right) \left(\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \right) \\ &= \left(\lim_{s \rightarrow 0} K_C \frac{s + 1/\beta T}{s + 1/T} \right) \left(\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \right) = \frac{K_C K_V}{\beta} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{K_C K_V}{K_V^*}$$

$$\text{Nếu } K_C \approx 1 \text{ thì } \beta = \frac{K_V}{K_V^*}$$

Do đó ta chọn β bằng công thức trên. Các bước thiết kế tiếp theo đảm bảo $K_C \approx 1$.

Bước 2: Gọi $s_{1,2}$ là cặp cực quyết định của hệ thống trước khi hiệu chỉnh:

$$1 + G(s) \Big|_{s=s_{1,2}} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} |G(s)|_{s=s_{1,2}} = 1 \\ \angle G(s) \Big|_{s=s_{1,2}} = -180^\circ \end{cases}$$

Gọi $s_{1,2}^*$ là cặp cực quyết định của hệ thống sau khi hiệu chỉnh:

$$1 + G_C(s)G(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} |G_C(s)G(s)|_{s=s_{1,2}^*} = 1 \\ \angle G_C(s)G(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} = -180^\circ \end{cases}$$

Xét điều kiện về pha. Để hệ thống có chất lượng quá độ gần như không thay đổi thì $s_{1,2}^* \approx s_{1,2}$. Suy ra:

$$\begin{aligned} & \angle G_C(s)G(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} = -180^0 \\ \Rightarrow & \angle G_C(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} + \angle G(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} = -180^0 \\ \Rightarrow & \angle G_C(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} = -180^0 - \angle G(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} \\ & \approx -180^0 - \angle G(s) \Big|_{s=s_{1,2}} = -180^0 - (-180^0) \\ \Rightarrow & \angle G_C(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} \approx 0^0 \end{aligned} \quad (6.29)$$

Phân tích ở trên cho thấy cực và zero của khâu hiệu chỉnh trễ pha phải thỏa mãn biểu thức (6.29). Khi thiết kế ta thường chọn khâu hiệu chỉnh trễ pha sau cho $-5^0 < \angle G_C(s) \Big|_{s=s_{1,2}^*} < 0^0$, để đạt được điều này có thể đặt cực và zero của khâu hiệu chỉnh trễ pha nằm rất gần góc tọa độ so với phần thực của nghiệm $s_{1,2}^*$. Do đó ta chọn vị trí zero sao cho:

$$\frac{1}{\beta T} \ll |\operatorname{Re}(s_{1,2}^*)|$$

Bước 3: Suy ra:
$$\frac{1}{T} = \beta \frac{1}{\beta T}$$

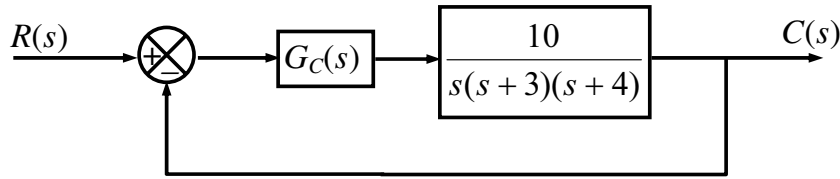
Để ý rằng bằng cách chọn như trên $1/T$ cũng nằm rất gần gốc tọa độ do $\beta < 1$.

Bước 4: Ở bước 2 và 3 ta mới chọn cực và zero của khâu hiệu chỉnh trễ pha để thỏa mãn điều kiện về pha. Để thỏa mãn điều kiện biên độ ta chọn K_C bằng công thức:
$$|G_C(s)G(s)|_{s=s_{1,2}^*} = 1$$

Có thể dễ dàng kiểm chứng được rằng do cách chọn zero và cực của khâu hiệu chỉnh như ở bước 2 và bước 3 mà ở bước 4 ta luôn tính được $K_C \approx 1$. Như vậy K_C thỏa mãn giả thiết ban đầu khi tính hệ số β ở bước 1. ■

Thí dụ 6.5: Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng phương pháp QDNS.

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ sao cho hệ thống có sơ đồ khối dưới đây sau khi hiệu chỉnh có sai số đối với tín hiệu vào là hàm dốc là 0,02 và đáp ứng quá độ thay đổi không đáng kể.



Lời giải:

Hệ số vận tốc của hệ thống trước khi hiệu chỉnh:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{10}{s(s+3)(s+4)} = 0.83$$

Sai số xác lập của hệ thống khi tín hiệu vào là hàm dốc là:

$$e_{xl} = \frac{1}{K_V} = \frac{1}{0.83} = 1.2$$

Vì yêu cầu thiết kế làm giảm sai số xác lập nên sử dụng khâu hiệu chỉnh trễ pha:

$$G_C(s) = K_C \frac{s + (1/\beta T)}{s + (1/T)} \quad (\beta < 1)$$

Bước 1: Tính β

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh:

$$K_V^* = \frac{1}{e_{xl}^*} = \frac{1}{0,02} = 50$$

Do đó:

$$\beta = \frac{K_V}{K_V^*} = \frac{0.83}{50} = 0,017$$

Bước 2: Chọn zero của khâu hiệu chỉnh

Các cực của hệ thống trước khi hiệu chỉnh là nghiệm của phương trình:

$$1 + G(s) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{10}{s(s+3)(s+4)} = 0 \Leftrightarrow s^3 + 7s^2 + 12s + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_{1,2} = -1 \pm j \\ s_3 = -5 \end{cases}$$

Vậy cặp cực quyết định trước khi hiệu chỉnh là $s_{1,2} = -1 \pm j$

Chọn $\frac{1}{\beta T}$ sao cho: $\frac{1}{\beta T} \ll |\text{Re}\{s_1\}| = 1 \Rightarrow \frac{1}{\beta T} = 0,1$

Bước 3: Tính cực của khâu hiệu chỉnh:

$$\frac{1}{T} = \beta \frac{1}{\beta T} = (0,017)(0,1) \Rightarrow \frac{1}{T} = 0,0017$$

$$\Rightarrow G_C(s) = K_C \frac{s + 0,1}{s + 0,0017}$$

Bước 4: Tính K_C :

$$\begin{aligned} & |G_C(s)G(s)|_{s=s^*} = 1 \\ \Rightarrow & \left| K_C \frac{s + 0,1}{s + 0,0017} \cdot \frac{10}{s(s + 3)(s + 4)} \right|_{s=s^*} = 1 \end{aligned}$$

Để đáp ứng quá độ không thay đổi đáng kể thì:

$$s_{1,2}^* = s_{1,2} = -1 \pm j$$

Thế vào công thức trên ta được:

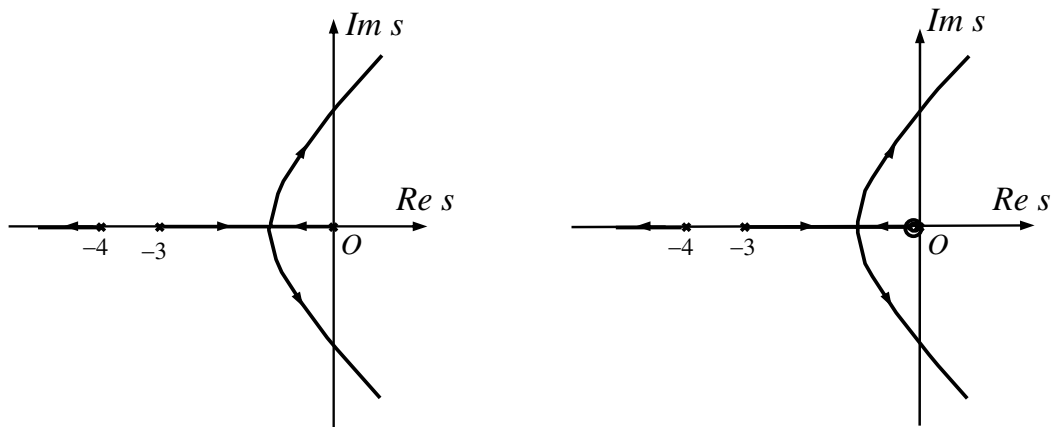
$$\left| K_C \frac{(-1 + j + 0,1)}{(-1 + j + 0,0017)} \cdot \frac{10}{(-1 + j)(-1 + j + 3)(-1 + j + 4)} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{K_C = 1,0042 \approx 1}$$

Vậy khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế là:

$$\boxed{G_C(s) = \frac{s + 0,1}{s + 0,0017}}$$

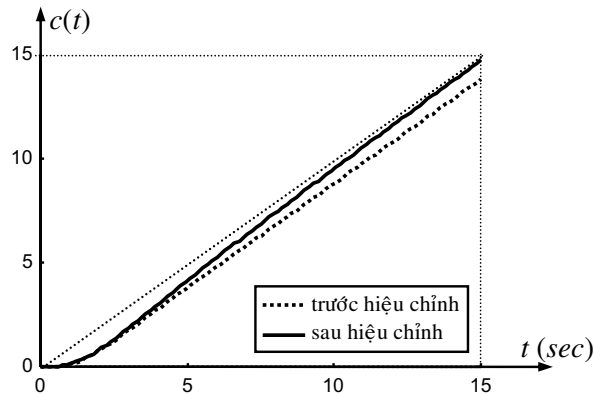
Hình 6.19 cho thấy QĐNS của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh trễ pha gần như trùng nhau. Do vị trí cặp cực phức quyết định gần trùng nhau nên đáp ứng quá độ của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh gần như nhau, xem hình 6.20. Hình 6.20 cũng cho thấy sai số xác lập của hệ thống sau khi hiệu chỉnh nhỏ hơn rất nhiều so với trước khi hiệu chỉnh. Như vậy khâu hiệu chỉnh trễ pha vừa thiết kế ở trên thỏa mãn yêu cầu đặt ra.



(a) Trước khi hiệu chỉnh

(b) Sau khi hiệu chỉnh

Hình 6.19: QĐNS của hệ thống ở thí dụ 6.5



Hình 6.20: Đáp ứng của hệ thống ở thí dụ 6.5 đối với tín hiệu vào là hàm dốc trước và sau khi hiệu chỉnh

6.3.3 Hiệu chỉnh sớm trễ pha

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha cần thiết kế có dạng:

$$G_C(s) = G_{C1}(s)G_{C2}(s)$$

Trong đó $G_{C1}(s)$ là khâu hiệu chỉnh sớm pha

$G_{C2}(s)$ là khâu hiệu chỉnh trễ pha.

Bài toán đặt ra thiết kế $G_C(s)$ để cải thiện đáp ứng quá độ và sai số xác lập của hệ thống.

TRÌNH TỰ THIẾT KẾ

Khâu hiệu chỉnh : Sớm trễ pha

Phương pháp thiết kế: QĐNS

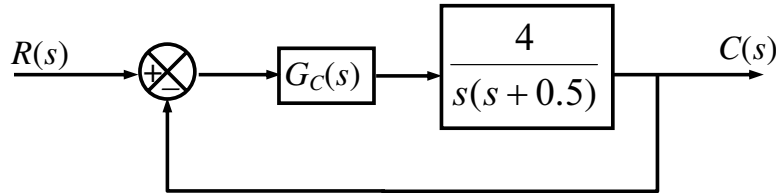
Bước 1: Thiết kế khâu sớm pha $G_{C1}(s)$ để thỏa mãn yêu cầu về đáp ứng quá độ (xem phương pháp thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha ở mục 6.3.1).

Bước 2: Đặt $G_1(s) = G_{C1}(s).G(s)$.

Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha $G_{C2}(s)$ mắc nối tiếp vào $G_1(s)$ để thỏa mãn yêu cầu về sai số xác lập mà không thay đổi đáng kể đáp ứng quá độ của hệ thống sau khi đã hiệu chỉnh sớm pha (xem phương pháp thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha ở mục 6.3.2)

Thí dụ 6.6: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha dùng phương pháp QĐNS.

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có cặp cực phức với $\xi = 0,5$, $\omega_n = 5$ (rad/sec); hệ số vận tốc $K_V = 80$.



Lời giải:

Hệ chưa hiệu chỉnh có $\xi = 0,125$, $\omega_n = 2$ (rad/sec); $K_V = 8$. Vì yêu cầu thiết kế bộ hiệu chỉnh để cải thiện đáp ứng quá độ và sai số xác lập nên $G_C(s)$ là khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha.

$$G_C(s) = G_{C1}(s)G_{C2}(s)$$

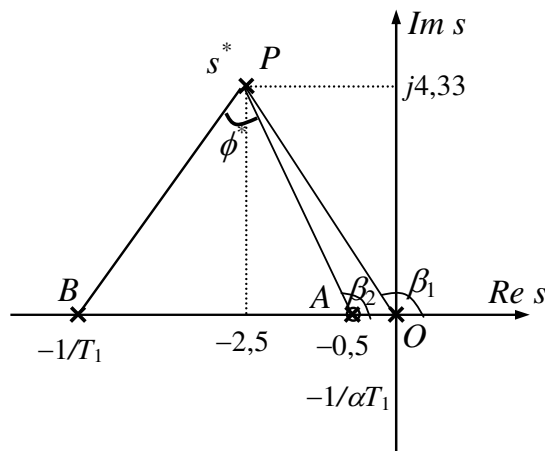
Bước 1: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha $G_{C1}(s)$:

$$G_{C1}(s) = K_{C1} \frac{s + \frac{1}{\alpha T_1}}{s + \frac{1}{T_1}}$$

– Cặp cực quyết định sau khi hiệu chỉnh:

$$\begin{aligned} s_{1,2}^* &= -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \\ &= -(0,5)(5) \pm j(5)\sqrt{1-(0,5)^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{s_{1,2}^* = -2,5 \pm j4,33}$$



Hình 6.21: Góc pha cần bù

– Góc pha cần bù:

$$\begin{aligned}\phi^* &= -180^\circ + (\beta_1 + \beta_2) \\ &= -180^\circ + (120^\circ + 115^\circ)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi^* = 55^\circ}$$

– Chọn zero của khâu sớm pha trùng với cực $s = -0,5$ của $G(s)$ để hạ bậc hệ thống sau khi hiệu chỉnh.

$$\boxed{\frac{1}{\alpha T_1} = 0,5}$$

Từ cực s_1^* vẽ hai nửa đường thẳng tạo với nhau một góc là ϕ^* như hình 6.21. Cực của khâu sớm pha tại điểm B.

$$\boxed{\frac{1}{T_1} = OB}$$

Ta có: $OB = OA + AB$
 $OA = 0,5$

$$AB = PA \frac{\sin \hat{A}PB}{\sin PAB}$$

Để thấy: $PA = \sqrt{2^2 + 4,33^2} = 4,76$

$$\hat{A}PB = \phi^* = 55^\circ$$

$$PAB = \beta_2 - \phi^* = 115^\circ - 55^\circ = 60^\circ$$

Nên: $AB = 4,76 \frac{\sin 55^\circ}{\sin 60^\circ} = 4,5$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{T_1} = OB = 0,5 + 4,5 = 5}$$

Do đó: $G_{C1}(s) = K_{C1} \frac{s + 0,5}{s + 5}$

– Tính K_{C1} :

$$|G_{C1}(s)G(s)|_{s=s^*} = 1$$

$$\Rightarrow \left| K_{C1} \frac{s + 0,5}{s + 5} \cdot \frac{4}{s(s + 0,5)} \right|_{s=-2,5 + j4,33} = 1$$

$$\Rightarrow \left| K_{C1} \frac{1}{(-2,5 + j4,33 + 5)} \cdot \frac{4}{(-2,5 + j4,33)} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{C1} = 6,25}$$

Vậy $\boxed{G_{C1}(s) = 6,25 \frac{s + 0,5}{s + 5}}$

Hàm truyền hở sau khi hiệu chỉnh sớm pha là:

$$G_1(s) = G_{C1}(s)G(s) = \left(6,25 \frac{s + 0,5}{s + 5} \right) \left(\frac{4}{s(s + 0,5)} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{G_1(s) = \frac{25}{s(s + 5)}}$$

Bước 2: Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha $G_{C2}(s)$:

$$G_{C2}(s) = K_{C2} \frac{s + \frac{1}{\beta T_2}}{s + \frac{1}{T_2}}$$

– Xác định β :

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh sớm pha:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_1(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{25}{s(s + 5)} = 5$$

Hệ số vận tốc mong muốn:

$$K_V^* = 80$$

Suy ra: $\boxed{\beta = \frac{K_V}{K_V^*} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}}$

– Xác định zero của khâu trễ pha:

$$\frac{1}{\beta T_2} \ll \left| \text{Re}(s^*) \right| = \left| \text{Re}(-2,5 + j4,33) \right| = 2,5$$

Chọn $\boxed{\frac{1}{\beta T_2} = 0,16}$

– Xác định cực của khâu trễ pha:

$$\boxed{\frac{1}{T_2} = \beta \cdot \frac{1}{\beta T_2} = \frac{1}{16} \cdot (0,16) = 0,01}$$

$$\Rightarrow G_{C2}(s) = K_{C2} \frac{s + 0,16}{s + 0,01}$$

– Tính K_{C2} :

$$|G_{C2}(s)G_1(s)|_{s=s^*} = 1$$

$$\Rightarrow (|G_{C2}(s)|_{s=s^*})(|G_1(s)|_{s=s^*}) = 1$$

$$\Rightarrow |G_{C2}(s)|_{s=s^*} = 1$$

$$\Rightarrow \left| K_{C2} \frac{-2,5 + j4,33 + 0,16}{-2,5 + j4,33 + 0,01} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{C2} = \frac{4,995}{4,992} = 1,01}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_{C2}(s) = 1,01 \frac{s + 0,16}{s + 0,01}}$$

Tóm lại khâu hiệu chỉnh sớm trễ pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = G_{C1}(s)G_{C2}(s) = \left(6,25 \frac{s + 0,5}{s + 5} \right) \left(1,01 \frac{s + 0,16}{s + 0,01} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{G_C(s) = 6,31 \frac{(s + 0,5)(s + 0,16)}{(s + 5)(s + 0,01)}}$$

6.3.4 Hiệu chỉnh PID

Sinh viên tự tham khảo tài liệu.

6.4. THIẾT KẾ HỆ THỐNG DÙNG PHƯƠNG PHÁP BIỂU ĐỒ BODE

6.4.1 Hiệu chỉnh sớm pha

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế có dạng:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha > 1)$$

Bài toán đặt ra là chọn giá trị K_C , α và T để đáp ứng của hệ thống thỏa mãn yêu cầu về độ dự trữ biên, độ dự trữ pha và sai số xác lập.

TRÌNH TỰ THIẾT KẾ

Khâu hiệu chỉnh : Sớm pha

Phương pháp thiết kế: Biểu đồ Bode

Bước 1: Xác định K_C để thỏa mãn yêu cầu thiết kế về sai số xác lập

Bước 2: Đặt $G_1(s) = K_C G(s)$. Vẽ biểu đồ Bode của $G_1(s)$

Bước 3: Xác định tần số cắt biên của $G_1(s)$ từ điều kiện:

$$L_1(\omega_C) = 0 \text{ hoặc } |G_1(j\omega_C)| = 1$$

Bước 4: Xác định độ dự trữ pha của $G_1(s)$ (độ dự trữ pha của hệ trước khi hiệu chỉnh):

$$\Phi M = 180 + \varphi_1(\omega_C)$$

Bước 5: Xác định góc pha cần bù

$$\varphi_{\max} = \Phi M^* - \Phi M + \theta$$

Trong đó: ΦM^* là độ dự trữ pha mong muốn, $\theta = 5^\circ \div 20^\circ$

Bước 6: Tính α bằng cách áp dụng công thức:

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_{\max}}{1 - \sin \varphi_{\max}}$$

Bước 7: Xác định tần số cắt mới ω'_C (tần số cắt của hệ sau khi hiệu chỉnh) từ điều kiện:

$$L_1(\omega'_C) = -10 \lg \alpha \quad \text{hoặc} \quad |G_1(j\omega'_C)| = 1/\sqrt{\alpha}$$

Bước 8: Tính hằng số thời gian T từ điều kiện:

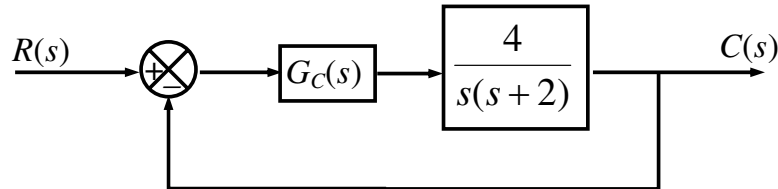
$$T = \frac{1}{\omega'_C \sqrt{\alpha}}$$

Bước 9: Kiểm tra lại hệ thống có thỏa mãn điều kiện về độ dự trữ biên hay không? Nếu không thỏa mãn thì trở lại bước 6.

Chú ý: Trong trường hợp hệ thống quá phức tạp khó tìm được lời giải giải tích thì có thể xác định ω_C (bước 3), ΦM (bước 4) và ω'_C (bước 7) bằng cách dựa vào biểu đồ Bode.

Thí dụ 6.7: Thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha dùng PP biểu đồ Bode.

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có: $K_V^* = 20$; $\Phi M^* \geq 50^\circ$; $GM^* \geq 10dB$.



Lời giải:

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha > 1)$$

Bước 1: Xác định K_C

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V^* = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \cdot \frac{4}{s(s+2)} = 2K_C$$

$$\Rightarrow K_C = \frac{K_V^*}{2} = \frac{20}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_C = 10}$$

Bước 2:

$$\text{Đặt: } G_1(s) = K_C G(s) = 10 \cdot \frac{4}{s(s+2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_1(s) = \frac{20}{s(0,5s+1)}}$$

Biểu đồ Bode của $G_1(s)$ vẽ ở trang sau.

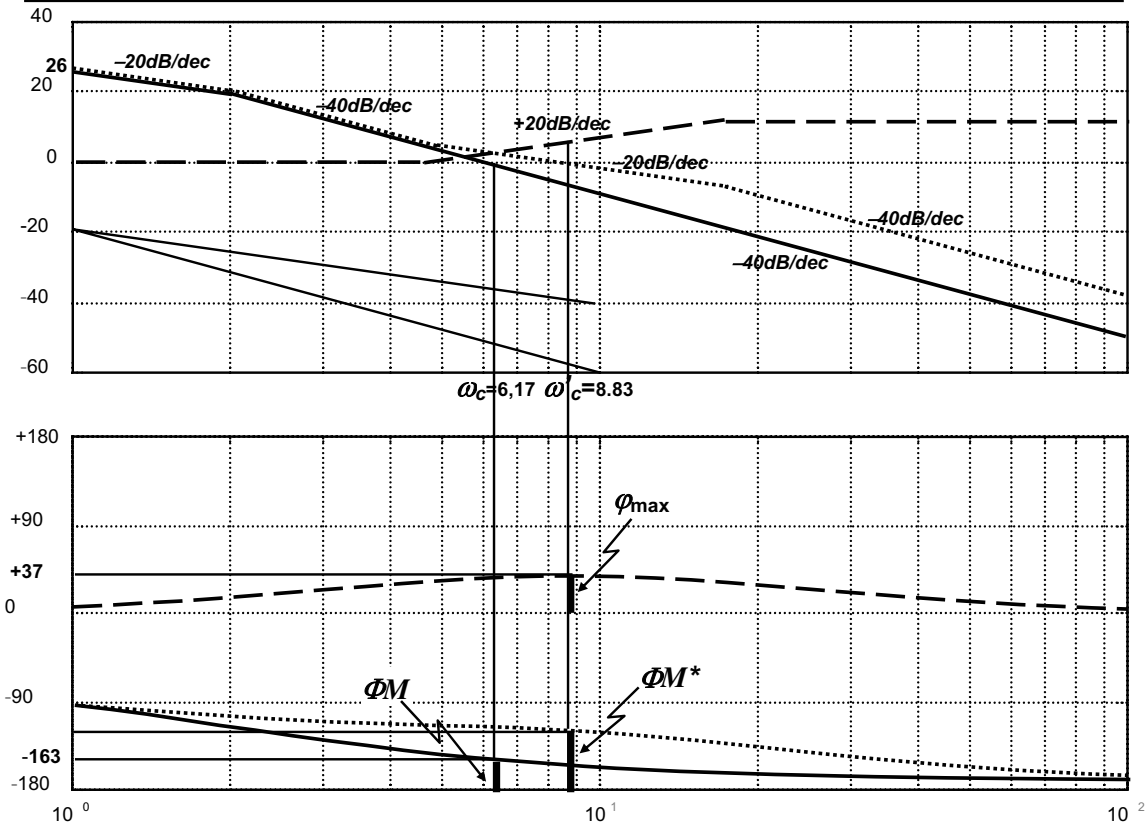
Bước 3: Tần số cắt của hệ trước khi hiệu chỉnh:

$$|G_1(j\omega_C)| = 1$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{40}{j\omega_C(j\omega_C+2)} \right| = 1 \Leftrightarrow \frac{40}{\omega_C \sqrt{\omega_C^2 + 4}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \omega_C^4 + 4\omega_C^2 - 1600 = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\omega_C = 6,17} \text{ (rad/sec)}$$



Chú thích: ——— Biểu đồ Bode của $G_1(s)$
 - - - - - Biểu đồ Bode của khâu sớm pha $G_c(s)$
 Biểu đồ Bode của hệ sau khi hiệu chỉnh

Hình 6.22: Biểu đồ Bode của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh sớm pha

Bước 4: Độ dự trữ pha của hệ khi chưa hiệu chỉnh:

$$\Phi M = 180 + \varphi_1(\omega_c)$$

$$\Rightarrow \Phi M = 180^\circ + \arg \left[\frac{40}{j\omega_c(j\omega_c + 2)} \right] = 180^\circ - \left[90^\circ + \arctan \left(\frac{\omega_c}{2} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \Phi M = 180^\circ - \left[90^\circ + \arctan \left(\frac{6,17}{2} \right) \right] = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi M = 18^\circ}$$

Bước 5: Góc pha cần bù:

$$\varphi_{\max} = \Phi M^* - \Phi M + \theta \quad (\text{chọn } \theta = 5^\circ)$$

$$\Rightarrow \varphi_{\max} = 50^\circ - 18^\circ + 5^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_{\max} = 37^\circ}$$

Bước 6: Tính α :

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_{\max}}{1 - \sin \varphi_{\max}} = \frac{1 + \sin 37^\circ}{1 - \sin 37^\circ}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 4}$$

Bước 7: Tính số cắt mới:

$$|G_1(j\omega'_c)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{40}{j\omega'_c(j\omega'_c + 2)} \right| = \frac{1}{\sqrt{4}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{40}{\omega'_c \sqrt{(\omega'_c)^2 + 4}} = \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$\Leftrightarrow (\omega'_c)^4 + 4(\omega'_c)^2 - 6400 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega'_c = 8,83} \text{ (rad/sec)}$$

Bước 8: Tính T :

$$T = \frac{1}{\omega'_c \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{(8,83)(\sqrt{4})}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 0,057}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha T = 4 \times 0,057 = 0,228}$$

Vậy:

$$\boxed{G_C(s) = 10 \frac{1 + 0,228s}{1 + 0,057s}}$$

Bước 9: Kiểm tra lại điều kiện về biên độ:

Vì tần số cắt pha $\omega_{-\pi}$ trước và sau khi hiệu chỉnh đều bằng vô cùng nên độ dự trữ biên của hệ trước và sau khi hiệu chỉnh đều bằng vô cùng ($>10\text{dB}$).

Kết luận: Khâu hiệu chỉnh cần thiết kế là có hàm truyền như trên.

6.4.2 Hiệu chỉnh trễ pha

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh sớm pha cần thiết kế có dạng:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha T s}{1 + T s} \quad (\alpha < 1)$$

Bài toán đặt ra là chọn giá trị K_C , α và T để đáp ứng của hệ thống thỏa mãn yêu cầu về độ dự trữ biên, độ dự trữ pha và sai số xác lập.

TRÌNH TỰ THIẾT KẾ

Khâu hiệu chỉnh : **Trễ pha**

Phương pháp thiết kế: **Biểu đồ Bode**

Bước 1: Xác định K_C để thỏa mãn yêu cầu thiết kế về sai số xác lập

Bước 2: Đặt $G_1(s) = K_C G(s)$. **Vẽ biểu đồ Bode** của $G_1(s)$

Bước 3: Xác định tần số cắt biên ω'_C của hệ sau khi hiệu chỉnh từ điều kiện:

$$\varphi_1(\omega'_C) = -180^\circ + \Phi M^* + \theta$$

Trong đó: ΦM^* là độ dự trữ pha mong muốn, $\theta = 5^\circ \div 20^\circ$

Bước 4: Tính α từ điều kiện:

$$L_1(\omega'_C) = -20 \lg \alpha \quad \text{hoặc} \quad |G_1(j\omega'_C)| = \frac{1}{\alpha}$$

Bước 5: Chọn zero của khâu hiệu chỉnh trễ pha sao cho:

$$\frac{1}{\alpha T} \ll \omega'_C \quad \Rightarrow \quad \alpha T$$

Bước 6: Tính hằng số thời gian T :

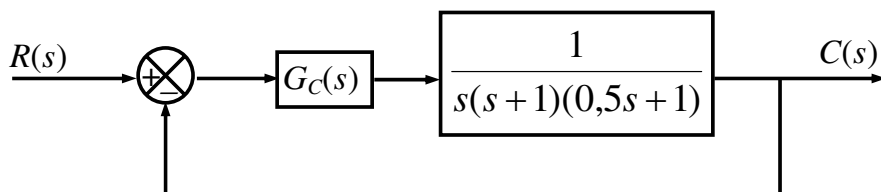
$$\frac{1}{T} = \alpha \frac{1}{\alpha T} \Rightarrow T$$

Bước 7: Kiểm tra lại hệ thống có thỏa mãn điều kiện về độ dự trữ biên hay không? Nếu không thỏa mãn thì trở lại bước 3.

Chú ý: Trong trường hợp hệ thống quá phức tạp khó tìm được lời giải giải tích thì có thể xác định $\varphi_1(\omega'_C)$, ω'_C (bước 3) và $L_1(\omega'_C)$ (bước 4) bằng cách dựa vào biểu đồ Bode.

Thí dụ 6.8: Thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha dùng PP biểu đồ Bode.

Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh trễ pha sao cho hệ thống sau khi hiệu chỉnh có: $K_V^* = 5$; $\Phi M^* \geq 40$; $GM^* \geq 10dB$.



Lời giải:

Hàm truyền khâu hiệu chỉnh trễ pha cần thiết kế là:

$$G_C(s) = K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \quad (\alpha < 1)$$

Bước 1: Xác định K_C

Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$K_V^* = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s K_C \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts} \cdot \frac{1}{s(s+1)(0,5s+1)} = K_C$$

$$\Rightarrow K_C = K_V^*$$

$$\Rightarrow \boxed{K_C = 5}$$

Bước 2:

$$\text{Đặt: } G_1(s) = K_C G(s) = 5 \cdot \frac{1}{s(s+1)(0,5s+1)}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_1(s) = \frac{5}{s(s+1)(0,5s+1)}}$$

Biểu đồ Bode của $G_1(s)$ vẽ ở trang sau.

Bước 3: Xác định tần số cắt mới:

Cách 1: Tìm ω'_C bằng phương pháp giải tích. Ta có:

$$\varphi_1(\omega'_C) = -180^\circ + \Phi M^* + \theta$$

$$\Rightarrow -90^\circ - \arctan(\omega'_C) - \arctan(0,5\omega'_C) = -180^\circ + 40^\circ + 5^\circ$$

$$\Rightarrow \arctan(\omega'_C) + \arctan(0,5\omega'_C) = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{(\omega'_C) + (0,5\omega'_C)}{1 - 0,5(\omega'_C)^2} = \tan(45^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow 0,5(\omega'_C)^2 + 1,5\omega'_C - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega'_C = 0,56} \text{ (rad/sec)}$$

\Rightarrow

Cách 2: Dựa vào biểu đồ Bode

Ta có:

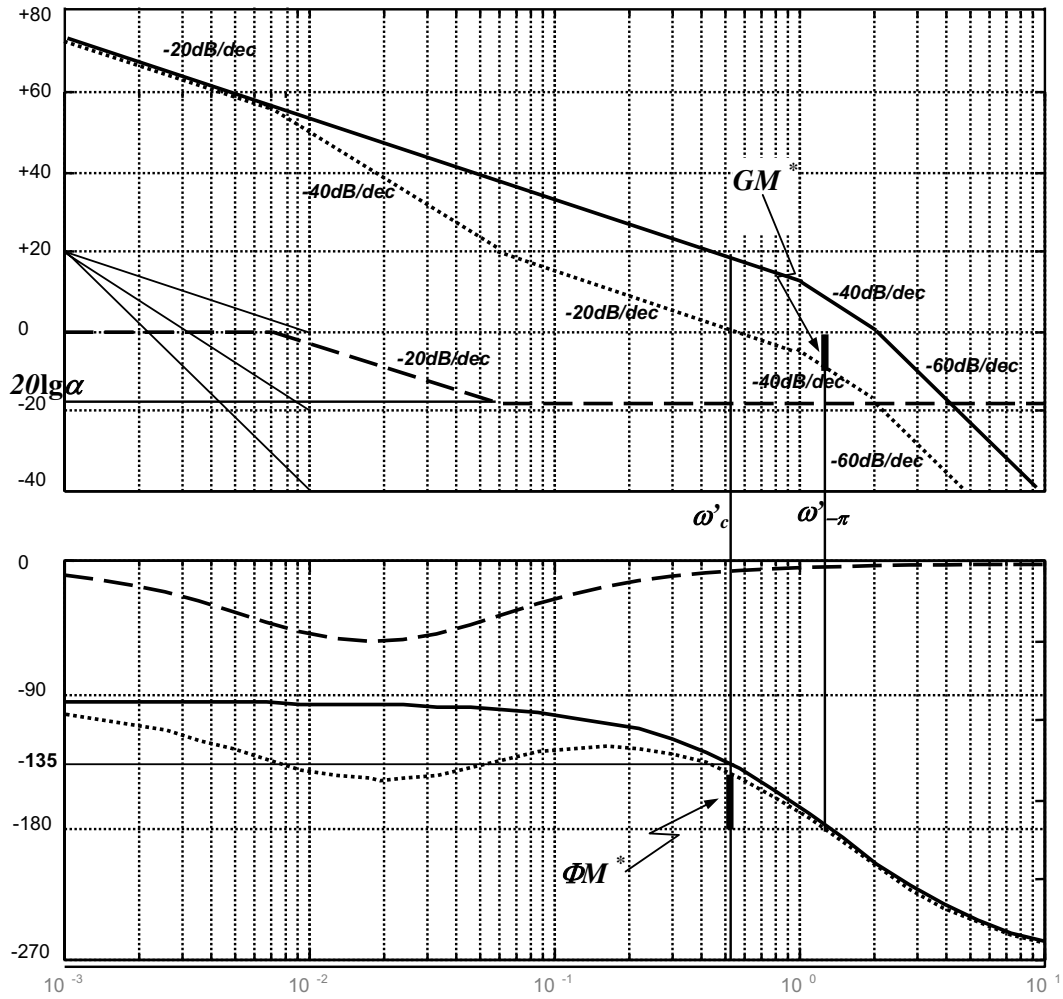
$$\varphi_1(\omega'_C) = -180^\circ + \Phi M^* + \theta$$

$$\Rightarrow \varphi_1(\omega'_C) = -180^\circ + 40 + 5$$

$$\Rightarrow \varphi_1(\omega'_C) = -135^\circ$$

Vẽ đường thẳng có hoành độ -135° . Hoành độ giao điểm của đường thẳng này với biểu đồ Bode về pha $\varphi_1(\omega)$ chính là giá trị tần số cắt mới.

Theo hình vẽ ta thấy: $\omega'_C \approx 0.5$ (rad/sec)



Chú thích: ——— Biểu đồ Bode của $G_1(s)$
 - - - - - Biểu đồ Bode của khâu sớm pha $G_c(s)$
 Biểu đồ Bode của hệ sau khi hiệu chỉnh

Hình 6.23: Biểu đồ Bode của hệ thống trước và sau khi hiệu chỉnh trễ pha

Bước 4:

Cách 1: Tính α từ điều kiện:

$$|G_1(j\omega'_c)| = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{5}{s(s+1)(0,5s+1)} \right|_{s=j\omega'_c} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{5}{j0,56(j0,56+1)(0,5 \times j0,56+1)} \right| = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{0,56(\sqrt{0,56^2 + 1})(\sqrt{0,28^2 + 1})} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{0,56 \times 1,146 \times 1,038} = \frac{1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 0,133}$$

Cách 2: Tính α từ điều kiện:

$$L_1(\omega'_C) = -20 \lg \alpha$$

Dựa vào biểu đồ Bode ta thấy:

$$L_1(\omega'_C) \approx 18 \text{ dB}$$

Suy ra:

$$18 = -20 \lg \alpha$$

$$\Rightarrow \lg \alpha = -0,9$$

$$\Rightarrow \alpha = 10^{-0,9}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 0,126}$$

Bước 5: Chọn zero của khâu trễ pha:

$$\frac{1}{\alpha T} \ll \omega'_C = 0,56$$

$$\text{Chọn } \frac{1}{\alpha T} = 0,05$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha T = 20}$$

Bước 6: Tính thời hằng T

$$\frac{1}{T} = \alpha \frac{1}{\alpha T} = 0,133 \times 0,05 = 0,067$$

$$\Rightarrow T = 150$$

Vậy:

$$\boxed{G_C(s) = 5 \frac{(20s + 1)}{(150s + 1)}}$$

Bước 7: Kiểm tra lại điều kiện biên độ:

Dựa vào biểu đồ Bode ta thấy độ dự trữ biên sau khi hiệu chỉnh là:

$$\boxed{GM^* \approx 10 \text{ dB}}$$

Kết luận: Khâu hiệu chỉnh vừa thiết kế đạt yêu cầu về độ dự trữ biên.

Nhận xét:

Qua hai thí dụ thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha và trễ pha dùng phương pháp biểu đồ Bode ta có nhận xét sau:

– Nếu $G(s)$ là **hệ bậc 2** thì bài thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha và trễ pha hoàn toàn có thể giải được bằng các công thức giải tích, bước vẽ biểu đồ Bode không thật sự cần thiết.

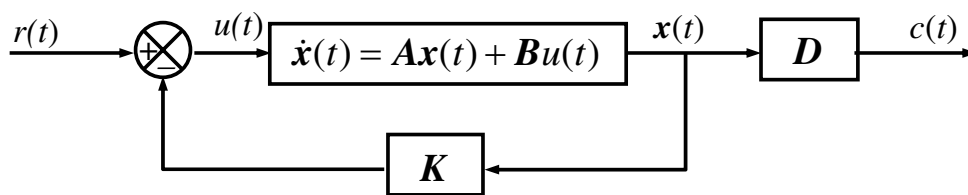
– Nếu $G(s)$ là **hệ bậc 3 trở lên** thì các công thức giải tích để tìm tần số cắt biên, tần số cắt pha, độ dự trữ biên, độ dự trữ pha... trở nên phức tạp, trong trường hợp này nên vẽ biểu đồ Bode và xác định các thông số dựa vào biểu đồ Bode vừa vẽ.

Biểu đồ Bode biên độ được vẽ bằng các đường tiệm cận, biểu đồ Bode về pha được vẽ bằng cách phân tích định tính và thay một số giá trị tần số ω biểu thức $\varphi(\omega)$ để có giá trị định lượng.

– Để ý băng thông của hệ sau khi hiệu chỉnh sớm pha và trễ pha. Sau khi hiệu chỉnh sớm pha băng thông của hệ thống được mở rộng, đáp ứng của hệ đối với tín hiệu tần số cao tốt hơn, đáp ứng quá độ được cải thiện; trong khi đó sau khi hiệu chỉnh trễ pha băng thông của hệ thống bị thu hẹp, đáp ứng của hệ đối với tín hiệu tần số cao kém đi, đáp ứng quá độ của hệ thống bị chậm lại. Vì vậy cần nhấn mạnh rằng hai khâu hiệu chỉnh sớm pha và trễ pha có đặc điểm hoàn toàn khác nhau, không thể sử dụng lẫn lộn được.

6.5. THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN HỒI TIẾP TRẠNG THÁI

6.5.1. Điều khiển hồi tiếp trạng thái



Hình 6.24: Hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái

Cho đối tượng điều khiển mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ c(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6.30)$$

Hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái (xem hình 6.24) là hệ thống trong đó tín hiệu điều khiển xác định bởi:

$$u(t) = r(t) - Kx(t) \quad (6.31)$$

Thay (6.31) vào (6.32) ta được:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[r(t) - \mathbf{K}\mathbf{x}(t)] \\ c(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{BK}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}r(t) \\ c(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \end{aligned} \quad (6.32)$$

Thiết kế hệ thống hồi tiếp trạng thái là chọn vector hồi tiếp trạng thái \mathbf{K} sao cho hệ thống kín mô tả bởi biểu thức (6.32) thỏa mãn yêu cầu chất lượng mong muốn.

6.5.2. Tính điều khiển được và quan sát được

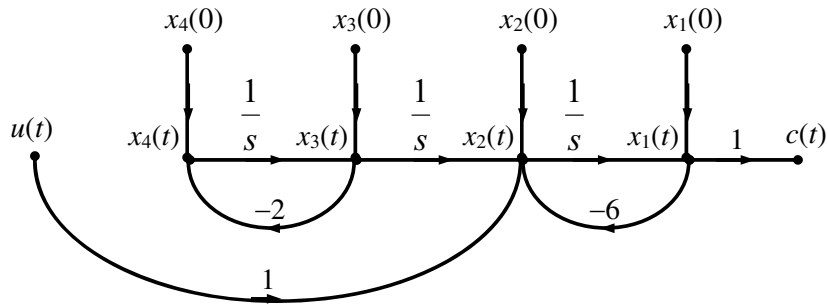
Để có thể thiết kế được hệ thống hồi tiếp trạng thái (6.32) điều kiện cần là tất cả các trạng thái của hệ thống phải đo lường được (quan sát được) và hệ sẵn sàng nhận tín hiệu điều khiển (điều khiển được). Mục này sẽ trình bày cụ thể về khái niệm điều khiển được và quan sát được cũng như các kiểm tra toán học để đánh giá hệ có thể điều khiển được và quan sát được hay không.

6.5.2.1. Tính điều khiển được

Hệ thống (6.30) được gọi là điều khiển được hoàn toàn nếu tồn tại luật điều khiển $u(t)$ có khả năng chuyển hệ từ trạng thái đầu tại $\mathbf{x}(t_0)$ đến trạng thái cuối $\mathbf{x}(t_f)$ bất kỳ trong khoảng thời gian hữu hạn $t_0 \leq t \leq t_f$.

Một cách định tính, điều này có nghĩa là hệ thống có thể điều khiển được nếu mỗi biến trạng thái của hệ đều có thể bị ảnh hưởng bởi tín hiệu điều khiển $u(t)$. Tuy nhiên, nếu một hoặc vài biến trạng thái không bị ảnh hưởng bởi $u(t)$ thì các biến trạng thái này không thể bị điều khiển bởi $u(t)$ trong khoảng thời gian hữu hạn và trong trường hợp này hệ thống không điều khiển được hoàn toàn.

Để ví dụ về hệ thống không điều khiển được hoàn toàn, chúng ta xét hệ thống mô tả bởi sơ đồ dòng tín hiệu ở hình 6.25. Hệ này gồm 4 trạng thái, chỉ có hai trạng thái $x_1(t)$ và $x_2(t)$ bị ảnh hưởng bởi $u(t)$, còn hai trạng thái $x_3(t)$ và $x_4(t)$ không bị ảnh hưởng bởi $u(t)$. Do đó $x_3(t)$ và $x_4(t)$ không thể điều khiển được, điều này có nghĩa là $u(t)$ không thể làm thay đổi $x_3(t)$ và $x_4(t)$ từ trạng thái đầu $x_3(0)$ và $x_4(0)$ đến trạng thái cuối $x_3(t_f)$ và $x_4(t_f)$ trong khoảng thời gian hữu hạn. Vì vậy hệ không điều khiển được hoàn toàn.



Hình 6.25: Sơ đồ dòng tín hiệu của một hệ thống không điều khiển được hoàn toàn

Để kiểm tra tính điều khiển được của hệ thống (6.30) chúng ta thành lập ma trận \mathcal{C} , gọi là ma trận điều khiển được:

$$\mathcal{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (6.33)$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển được là:

$$\text{rank}(\mathcal{C}) = n \quad (6.34)$$

Đối với hệ thống một đầu vào một đầu ra (SISO) thì ma trận \mathcal{C} là ma trận vuông cấp n . Do đó điều kiện (6.34) trở thành:

$$\det(\mathcal{C}) \neq 0 \quad (6.35)$$

Thí dụ 6.9: Cho hệ thống mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) \\ c(t) = \mathbf{Cx}(t) \end{cases}$$

trong đó: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\mathbf{C} = [1 \quad 3]$

Hãy đánh giá tính điều khiển được của hệ thống trên.

Lời giải

Đối với hệ bậc hai, ma trận điều khiển được là:

$$\mathcal{C} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB}]$$

$$\Rightarrow \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -16 \end{bmatrix}$$

Vì: $\det(\mathcal{C}) = -84 \neq 0$

$\Leftrightarrow \text{rank}(\mathcal{C}) = 2$

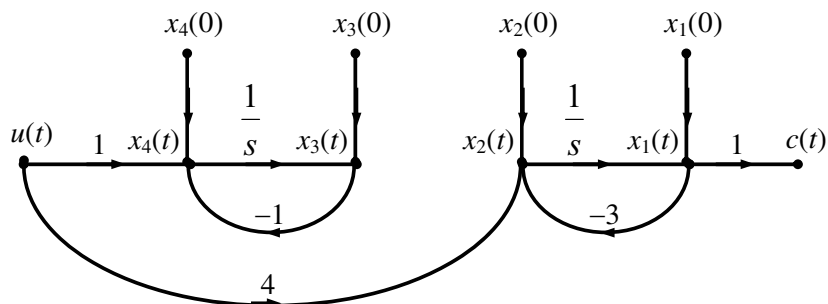
Do đó hệ thống trên điều khiển được hoàn toàn. ■

6.5.2.2. Tính quan sát được

Hệ thống (6.30) được gọi là quan sát được hoàn toàn nếu cho tín hiệu điều khiển $u(t)$ và đầu ra $c(t)$ trong khoảng $t_0 \leq t \leq t_f$ ta có thể xác định được trạng thái đầu $x(t_0)$.

Một cách định tính, hệ thống là quan sát được nếu mỗi biến trạng thái của hệ đều ảnh hưởng đến đầu ra $c(t)$. Thường chúng ta muốn xác định thông tin về trạng thái của hệ thống dựa vào việc đo $c(t)$. Tuy nhiên nếu chúng ta không quan sát được một hay nhiều trạng thái từ việc đo $c(t)$ thì hệ không điều khiển được hoàn toàn.

Để ví dụ về hệ không quan sát được hoàn toàn, chúng ta xét hệ thống có sơ đồ dòng tín hiệu ở hình 6.26. Hệ này gồm 4 trạng thái, trong đó chỉ có hai trạng thái $x_1(t)$ và $x_2(t)$ là ảnh hưởng đến $c(t)$ nên có thể quan sát được. Hai trạng thái còn lại $x_3(t)$ và $x_4(t)$ không ảnh hưởng đến $c(t)$ nên không thể quan sát được. Do đó hệ thống ở hình 6.26 không quan sát được hoàn toàn.



Hình 6.26: Sơ đồ dòng tín hiệu của một hệ thống không quan sát được hoàn toàn

Để ý rằng mặc dù hệ thống ở hình 6.26 không quan sát được hoàn toàn nhưng lại điều khiển được hoàn toàn vì tín hiệu điều khiển $u(t)$ ảnh hưởng đến tất cả các trạng thái của hệ thống. Ngược lại, hệ thống ở hình 6.27 mặc dù không điều khiển được hoàn toàn nhưng lại quan sát được hoàn toàn do tất cả các trạng thái của hệ thống đều ảnh hưởng đến tín hiệu ra $c(t)$.

Để kiểm tra tính quan sát được của hệ thống (6.30) chúng ta thành lập ma trận \mathcal{O} , gọi là ma trận quan sát được được:

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \tag{6.36}$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống quan sát được là:

$$\text{rank}(\mathcal{O}) = n \quad (6.37)$$

Đối với hệ thống một đầu vào một đầu ra (SISO) thì ma trận \mathcal{O} là ma trận vuông cấp n . Do đó điều kiện (6.37) trở thành:

$$\det(\mathcal{O}) \neq 0 \quad (6.38)$$

Thí dụ 6.10: Hãy đánh giá tính quan sát được của hệ thống ở thí dụ 6.9

Lời giải:

Ma trận quan sát được của hệ thống ở thí dụ 6.9 là:

$$\begin{aligned} \mathcal{O} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathcal{O} &= \begin{bmatrix} [1 \ 3] \\ [1 \ 3] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & -8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Vì: $\det(\mathcal{O}) = 10 \neq 0$

$\Leftrightarrow \text{rank}(\mathcal{O}) = 2$

Do đó hệ thống quan sát được hoàn toàn. ■

Tính điều khiển được và quan sát được có ý nghĩa rất quan trọng trong lý thuyết điều khiển tối ưu hiện đại, các tính chất này quyết định sự tồn tại của lời giải cho bài toán điều khiển tối ưu. Độc giả có thể tham khảo thêm các tài liệu về lý thuyết điều khiển hiện đại để nắm được phần chứng minh điều kiện cần và đủ để hệ thống điều khiển được và quan sát được, đồng thời có được hiểu biết đầy đủ hơn về hai khái niệm quan trọng này.

6.5.3 Phương pháp phân bố cực

Nếu hệ thống (6.30) điều khiển được và quan sát được thì có thể xác định được luật điều khiển $u(t) = r(t) - \mathbf{K}\mathbf{x}(t)$ để phương trình đặc tính của hệ hồi tiếp trạng thái (6.32) có nghiệm bất kỳ.

Phương trình đặc tính của hệ hồi tiếp trạng thái (6.32) là:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}] = 0 \quad (6.39)$$

Phương pháp chọn vector hồi tiếp trạng thái \mathbf{K} để phương trình đặc tính (6.39) có nghiệm tại vị trí mong muốn gọi là phương pháp phân bố cực.

Có nhiều cách thiết kế bộ điều khiển phân bố cực, trong quyển sách này chúng tôi giới thiệu hai cách thường sử dụng nhất.

- **Cách 1:** Tính K bằng cách cân bằng các hệ số của phương trình đặc trưng. Cách này trực quan, dễ hiểu hơn các phương pháp khác và cũng rất dễ áp dụng trong trường hợp hệ bậc thấp (bậc 3 trở xuống)

TRÌNH TỰ THIẾT KẾ

- Bộ điều khiển* : **Hồi tiếp trạng thái**
- Phương pháp thiết kế* : **Phân bố cực bằng cách cân bằng các hệ số của phương trình đặc trưng**

Bước 1: Kiểm tra tính điều khiển được (và quan sát được).

– Nếu hệ không điều khiển được thì kết thúc vì bài toán phân bố cực không có lời giải.

– Nếu hệ điều khiển được thì tiếp tục bước 2.

Bước 2: Viết phương trình đặc tính của hệ thống hồi tiếp trạng thái:

$$\det[sI - A + BK] = 0 \tag{1}$$

Bước 3: Viết phương trình đặc tính mong muốn:

$$\prod_{i=1}^n (s - p_i) = 0 \tag{2}$$

Trong đó p_i ($i = \overline{1..n}$) là các cực mong muốn

Bước 4: Cân bằng các hệ số của hai phương trình đặc tính (1) và (2) sẽ tìm được vector hồi tiếp trạng thái K .

Thí dụ 6.11: Cho đối tượng điều khiển mô tả bởi hệ phương trình biến trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ c(t) = Cx(t) \end{cases}$$

Với: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ $C = [0 \ 0 \ 1]$

Hãy xác định luật điều khiển $u(t) = r(t) - Kx(t)$ sao cho hệ thống kín có cặp cực phức với $\xi = 0,6$; $\omega_n = 10$ và cực thứ ba là cực thực tại -20 .

Lời giải:

Phương trình đặc tính của hệ hồi tiếp trạng thái là:

$$\begin{aligned} & \det[sI - A + BK] = 0 \\ \Leftrightarrow & \det \left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \det \left(\begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 4 & 7 & s+3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3k_1 & 3k_2 & 3k_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \det \left(\begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 3k_1 & s+3k_2 & -1+3k_3 \\ 4+k_1 & 7+k_2 & s+3+k_3 \end{bmatrix} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & s(s+3k_2)(s+3+k_3) - s(7+k_2)(-1+3k_3) + \\ & \quad + 3k_1(s+3+k_3) - (4+k_1)(-1+3k_3) = 0 \\ \Leftrightarrow & s^3 + (3+3k_2+k_3)s^2 + (7+3k_1+10k_2-21k_3)s + (4+10k_1-12k_3) = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Phương trình đặc tính mong muốn là:

$$\begin{aligned} & (s+20)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = 0 \\ \Leftrightarrow & (s+20)(s^2 + 2 \times 0,6 \times 10s + 10^2) = 0 \\ \Leftrightarrow & s^3 + 32s^2 + 340s + 2000 = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Cân bằng các hệ số của hai phương trình đặc tính (1) và (2), suy ra:

$$\begin{cases} 3 + 3k_2 + k_3 = 32 \\ 7 + 3k_1 + 10k_2 - 21k_3 = 340 \\ 4 + 10k_1 - 12k_2 = 2000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên, ta được:

$$\begin{cases} k_1 = 220,578 \\ k_2 = 3,839 \\ k_3 = 17,482 \end{cases}$$

Vậy: $K = [220,578 \quad 3,839 \quad 17,482]$

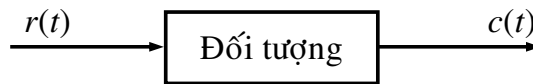
• **Cách 2:** Tính K bằng cách áp dụng công thức Ackermann.

6.6. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN PID

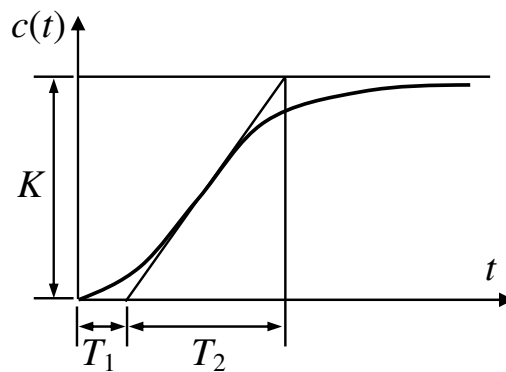
Về nguyên tắc có thể thiết kế bộ điều khiển PID bằng phương pháp QĐNS hoặc phương pháp biểu đồ Bode. Tuy nhiên trong thực tế áp dụng các phương pháp trên để tìm thông số của bộ điều khiển PID gặp nhiều khó khăn nếu không có sự trợ giúp của máy (vi) tính. Phương pháp thiết kế bộ điều khiển PID được thường sử dụng trong thực tế là phương pháp Zeigler–Nichols.

Phương pháp Zeigler–Nichols

Phương pháp Zeigler – Nichols là phương pháp thực nghiệm để thiết kế bộ điều khiển PI, PD hoặc PID.

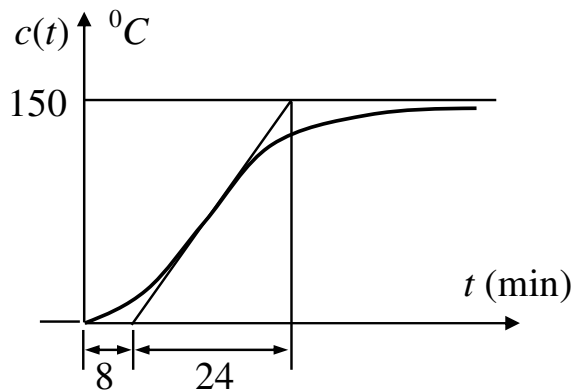


Cho đối tượng có đáp ứng đối với tín hiệu vào là hàm nấc như hình vẽ:



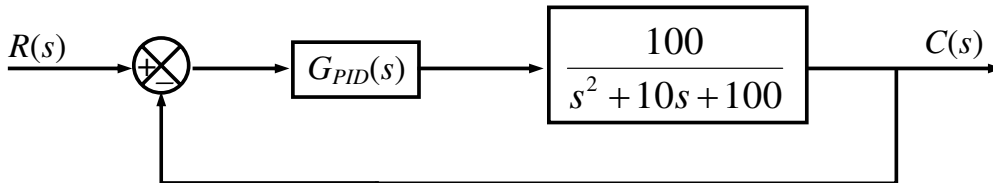
Thông số bộ điều khiển PI, PD, PID được chọn như sau:

Thí dụ 6.12: Hãy thiết kế bộ điều khiển PID điều khiển nhiệt độ của lò nhiệt, biết đặc tính quá độ của lò nhiệt như sau:



Một phương pháp khác cũng thường dùng để thiết kế bộ điều khiển PID là **phương pháp giải tích**. Sau đây là một thí dụ:

Thí dụ 6.13: Cho hệ thống điều khiển như hình vẽ:



Hãy xác định thông số của bộ điều khiển PID sao cho hệ thống thỏa mãn yêu cầu:

- Hệ có cặp nghiệm phức với $\xi = 0.5$, $\omega_n = 8$
- Hệ số vận tốc $K_V = 100$.

Lời giải:

- Hàm truyền bộ điều khiển PID cần thiết kế:

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

- Hệ số vận tốc của hệ sau khi hiệu chỉnh:

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) \left(\frac{100}{s^2 + 10s + 100} \right)$$

$$\Rightarrow K_V = K_I$$

Theo yêu cầu đề bài $K_V = 100$ nên suy ra:

$$\boxed{K_I = 100}$$

- Phương trình đặc tính của hệ sau khi hiệu chỉnh là:

$$1 + G_C(s)G(s) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) \left(\frac{100}{s^2 + 10s + 100} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow s(s^2 + 10s + 100) + 100(K_D s^2 + K_P s + K_I) = 0$$

$$\Leftrightarrow s^3 + (10 + 100K_D)s^2 + (100 + 100K_P)s + 100K_I = 0 \quad (1)$$

Để hệ thống có cặp cực phức với $\xi = 0.5$, $\omega_n = 8$ thì phương trình đặc tính (1) phải có dạng:

$$(s + a)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (s + a)(s^2 + 8s + 64) = 0$$

$$\Leftrightarrow s^3 + (a + 8)s^2 + (8a + 64)s + 64a = 0 \quad (2)$$

Cân bằng các hệ số hai phương trình (1) và (2), suy ra:

$$\begin{cases} 10 + 100K_D = a + 8 \\ 100 + 100K_P = 8a + 64 \\ 100K_I = 64a \end{cases}$$

Với $K_I = 100$, giải hệ phương trình trên ta được:

$$\begin{cases} a = 156.25 \\ K_P = 12,14 \\ K_D = 1,54 \end{cases}$$

Vậy hàm truyền của khâu hiệu chỉnh PID cần thiết kế là:

$$G_C(s) = 12,64 + \frac{100}{s} + 1,54s$$

Phụ lục: THIẾT KẾ HỆ THỐNG DÙNG MATLAB

